

Міністерство освіти і науки України

Льотна академія

Національного авіаційного університету

Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова

Національної академії наук України

Центральноукраїнський національний технічний університет

Центральноукраїнський державний педагогічний університет ім. В.Винниченка

Донецький національний медичний університет

Матеріали

XXI Міжнародного науково-практичного  
семінару імені А.Я. Петренюка

**«КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ  
ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ»**

*17-18 травня 2019 року*

м. Кропивницький  
2019 р.

**Матеріали** Двадцять першого Міжнародного науково-практичного семінару «Комбінаторні конфігурації та їх застосування» імені А.Я. Петренюка (Кропивницький, 17-18 травня 2019 року) / За ред. Г.П. Донець – Кропивницький, 2019. – 184 с.

Засновник семінару – Державна льотна академія України

**Науковий керівник семінару: Неділько В. М.**, к.т.н., доцент, завідувач кафедри інформаційних технологій та ОПР Льотної академії Національного авіаційного університету

**Редакційна колегія:**

**Відповідальний редактор: Донець Г. П.** – д. ф.-м. н., професор, завідувач відділом економічної кібернетики Інституту кібернетики НАН України

**Члени редколегії:**

**Волков Ю.І.** – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету ім. В. Винниченка;

**Дмітрієв О.М.** – к.т.н., завідувач кафедри льотної експлуатації, аеродинаміки та динаміки польоту Льотної академії Національного авіаційного університету;

**Шендеровський В.А.** – д.ф.-м.н., професор, провідний науковий співробітник Інституту фізики НАН України.

**Програмний комітет:**

**Гуляницький Л.Ф.** – д.т.н., старший науковий співробітник, завідувач відділом методів комбінаторної оптимізації та інтелектуальних інформаційних технологій Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України (м. Київ);

**Донець Г.П.** – д. ф.-м. н., професор, завідувач відділом економічної кібернетики Інституту кібернетики НАН України (м. Київ);

**Козін І.В.** – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри економічної кібернетики Запорізького національного університету (м. Запоріжжя);

**Пасенченко Ю. А.** – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри математики і фізики Військового інституту телекомунікації та інформатизації (м. Київ);

**Смірнов О.А.** – д.т.н., професор, завідувач кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення Центрально-українського національного технічного університету (м.Кропивницький);

**Стецюк П. І.** – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник, завідувач відділом методів негладкої оптимізації Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України (м. Київ);

**Тимофієва Н. К.** – д.т.н., старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу комплексних досліджень інформаційних технологій Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій та систем НАН та МОН України (м. Київ);

**Шмельова Т.Ф.** – д.т.н., професор, професор кафедри аеронавігаційних систем Національного авіаційного університету (м. Київ);

**Яковлєв С.В.** – д. ф.-м. н., професор, професор кафедри інформатики Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського "ХАІ" (м.Харків).

### **Організаційний комітет:**

**Голова** – **Залевський А. В.**, к.т.н., доцент, заступник начальника академії з навчальної науково-методичної та виховної роботи Льотної академії Національного авіаційного університету.

**Відповідальний секретар** – **Семенюта М. Ф.**, к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри фізико-математичних дисциплін Льотної академії Національного авіаційного університету.

### **Члени оргкомітету:**

**Бондар О.П.** – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фізико-математичних дисциплін Льотної академії Національного авіаційного університету;

**Джума Л.М.** – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та ОПР Льотної академії Національного авіаційного університету;

**Мелешко Є.В.** – к.т.н., доцент, доцент кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення Центрально-українського національного технічного університету;

**Петренюк В.І.** – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення Центрально-українського національного технічного університету;

**Сидоров М.В.** – к.пед.н.,с.н.с., помічник начальника академії із загальних питань та інноваційного розвитку Льотної академії Національного авіаційного університету;

**Черноусова Ж.Т.** – к.ф.-м.н., доцент кафедри математичного моделювання економічних систем Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»;

**Шерман З.О.** – к.ф.-м.н., старший викладач кафедри медичної фізики та інформаційних технологій №2 Донецького національного медичного університету;

**Шульгін В.А.** – к.т.н., доцент, декан факультету льотної експлуатації Льотної академії Національного авіаційного університету;

**Якуніна І.Л.** – к.т.н., доцент кафедри фізико-математичних дисциплін Льотної академії Національного авіаційного університету.

**Chernousova Zhanna***Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute*

FINITE MARKOV CHAINS AND TILED ORDERS..... 11

**Shmelova T., Sikirda Yu., Kasatkin M.***National Aviation University,**Flight Academy of the National Aviation University*APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE FOR  
AIR NAVIGATION SYSTEMS DEVELOPMENT..... 13**Архипова Н.А., Воблый В.А.***ВИНИТИ РАН*СОВРЕМЕННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ БЕЗБУМАЖНОЙ  
ИНФОРМАТИКИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ  
РЕФЕРАТИВНОГО ЖУРНАЛА «МАТЕМАТИКА»..... 17**Безугла О. В., Козир С.В.***Національний технічний університет**«Дніпровська політехніка»*АНАЛИЗ ПРОБЛЕМНЫХ ОБЛАСТЕЙ  
БИЗНЕС-ПРОЦЕССУ «ПРОСУВАННЯ ТОВАРУ  
ІНТЕРНЕТ-МАГАЗИНУ»..... 21**Бондарь О.П.***Летная академия НАУ*

ИЗОТОПНЫЕ ФУНКЦИИ..... 25

**Воблый В.А.***ВИНИТИ РАН*О КОМБИНАТОРНОМ ТОЖДЕСТВЕ,  
СВЯЗАННОМ С ПЕРЕЧИСЛЕНИЕМ ГРАФОВ..... 30**Воблый В.А., Кононенко Д.А.***ВИНИТИ РАН, МАДИ*ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ КАКТУСНЫХ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЕЙ С ЗАДАННЫМ  
ЧИСЛОМ ЦИКЛОВ..... 32**Волков Ю.І., Войналович Н.М.***Центральноукраїнський державний педагогічний  
університет імені Володимира Винниченка*

РЕКУРЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ МОМЕНТІВ ДИСКРЕТНИХ $Q$ -РОЗПОДІЛІВ.....	35
<b>Гуляницький Л.Ф., Рясна І.І.</b> <i>Інститут кібернетики ім.В.М. Глушкова НАН України</i>	
НЕЧІТКІ КОМБІНАТОРНІ ОБ'ЄКТИ.....	38
<b>Гурин А.Л., Донец Г.А.</b> <i>Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України</i>	
ЗАДАЧА О МАТЕМАТИЧЕСКОМ СЕЙФЕ НА ГРАФАХ. МЕТОД СУММАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ	42
<b>Джума Л.Н., Лавриненко А.С.</b> <i>Летная академия НАУ</i>	
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УСЛОВНЫХ РАЗРЕШЕНИЙ ДИСПЕТЧЕРА АДВ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ «ДИСПЕТЧЕР TOWER».....	49
<b>Исаченко А.Н., Ревякин А.М.</b> <i>Белорусский государственный университет, Национальный исследовательский университет «МИЭТ»</i>	
МАТРОИДЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ.....	53
<b>Исаченко А.Н., Ревякин А.М.</b> <i>Белорусский государственный университет, Национальный исследовательский университет «МИЭТ»</i>	
ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МАТРОИДЫ.....	57
<b>Кадубовський О.А.</b> <i>ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»</i>	
ПЕРЕРАХУВАННЯ ДВОКОЛЬОРОВИХ ХОРДОВИХ О-ДІАГРАМ РОДУ ОДИН З ТРЬОМА СІРИМИ (АБО ЧОРНИМИ) ЦИКЛАМИ.....	67
<b>Карпенко В. М.</b> <i>Національна акціонерна компанія «Нафтогаз України»</i>	
МЕТОД ЕНЕРГО-ІНФОРМАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ МЕТАМОРФІЗМУ ЕКОНОФІЗИЧНИХ МНОЖИН.....	72

**Константинова Л. В.**

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ КОНТЕНТНОЇ  
ФІЛЬТРАЦІЇ ДЛЯ РЕКОМЕНДАЦІЙНИХ СИСТЕМ..... 79

**Коханчик Н.С., Хом'як Т.В.**

*Національний технічний університет «Дніпровська  
політехніка»*

ЗАДАЧА ВИБОРУ ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ДРУКУ  
БАНЕРІВ..... 82

**Кривцун О. В., Козін І. В.**

*Запорізький національний технічний університет*

*Запорізький національний університет*

РОЗМІТКИ ОРІЄНТОВАНИХ ГРАФІВ ДЛЯ  
ПРЕДСТАВЛЕННЯ ФРАГМЕНТАРНИХ  
СТРУКТУР..... 87

**Мелешко Є.В.**

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

МЕТОД ПОБУДОВИ РЕКОМЕНДАЦІЙНИХ СИСТЕМ  
НА ОСНОВІ АСОЦІАТИВНИХ МЕРЕЖ  
КОРИСТУВАЧІВ..... 91

**Мелешко Є.В., Босько В.В., Резніченко В.А.**

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ КОМП'ЮТЕРНОЇ  
ЛІНГВІСТИКИ ДЛЯ АНАЛІЗУ КОНТЕНТУ ВЕБ-  
САЙТІВ..... 96

**Пасенченко Ю. А.**

*Військовий інститут телекомунікацій та  
інформатизації*

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ КЕРУВАННЯ СИСТЕМОЮ  
МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ..... 100

**Пашинських В.В., Мелешко Є.В.**

*Центральноукраїнський національний технічний*

<i>університет</i>	
ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ БЕЗПЕКИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МЕРЕЖІ.....	103
<b>Петренюк В. І.</b>	
<i>Центральноукраїнський національний технічний університет</i>	
ПРО СТРУКТУРУ 7-МИ ТА 8-МИ ВЕРШИННИХ ГРАФІВ-ОБСТРУКЦІЙ ДЛЯ ПОВЕРХНІ НЕОРІЄНТОВАНОГО РОДУ 2.....	106
<b>Полевецька О., Шендеровський В.</b>	
<i>Інститут фізики НАН України</i>	
ПЕРШОПОЧАТКИ І СТАНОВЛЕННЯ УКРАЇНСЬКОЇ АКАДЕМІЇ НАУК.....	118
<b>Романов В.А.</b>	
<i>Центральноукраїнський державний педагогічний університет ім.В. Винниченко</i>	
ПРЕДЕЛЫ СИНГУЛЯРНЫХ МЕР.....	122
<b>Самарай В.П., Шахгериев М.А.-В., Бондаренко Н.В., Исрапилова Т.М., Берсанукаева Д.Р</b>	
<i>Київський національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут ім. І.Сикорського"</i>	
<i>Чеченський державний педагогічний інститут Аргунська міська лікарня</i>	
АРМ ОПТИМІЗАЦІЇ, ДІАГНОСТИКИ, ЛЕЧЕННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАБОЛЕВАНЬ І ЕГО ІНФОРМАЦІОННО-ПОІСКОВАЯ СИСТЕМА.....	126
<b>Сгадов С.А.</b>	
<i>Запорізький Національний Технічний Університет</i>	
ПОСТРОЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО РИСУНКА ПЛАНАРНОГО ГРАФА.....	136
<b>Семенюта М.Ф., Шульгін В.А.</b>	
<i>Льотна академія НАУ</i>	
МАТРИЦІ D-ДИСТАНЦІЙНИХ МАГІЧНИХ ГРАФІВ...	138



<b>Семенюта М. Ф., Неделько С.Н., Неделько В.Н.</b> <i>Летняя академия НАУ</i> О ГРУППОВОЙ МАГИЧЕСКОЙ РАЗМЕТКЕ ГРАФА.....	141
<b>Смірнова Т.В., Дреєв О.М., Смірнов О.А.</b> <i>Центрально український національний технічний університет</i> ФОРМУВАННЯ АБСТРАКТНИХ ЕКСПЕРТНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ДОСЛІДЖЕНЬ ВІДОМИХ ЕКСПЕРТНИХ СИСТЕМ.....	143
<b>Стецюк П.И., Романова Т.Е, Лиховид А.П.</b> <i>Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины</i> <i>Институт проблем машиностроения имени А.Н. Подгорного НАН Украины</i> О ДВОЙСТВЕННОЙ ОЦЕНКЕ ШОРА ДЛЯ ЗАДАЧИ РАВНОВЕСНОЙ УПАКОВКИ КРУГОВ.....	147
<b>Терешко Я.В., Козін І.В.</b> <i>Запорізький Національний Університет</i> ВИКОРИСТАННЯ ФРАГМЕНТАРНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧИ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОКУТНИХ ОБ'ЄКТІВ З КРИТЕРІЄМ РІВНОВАГИ.....	152
<b>Тимофієва Н. К.</b> <i>Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН та МОН України</i> КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.....	154
<b>Фішбах К.К., Хом'як Т.В.</b> <i>Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»</i> ЗАДАЧА ВИБОРУ ПОСТАЧАЛЬНИКА МЕТОДОМ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЇ.....	159
<b>Хох В.Д.</b> <i>Центральноукраїнський національний технічний університет</i> МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ ПОДАННЯ ЗМІННИХ В	

РОЗРОБЛЮВАНІЙ СКРИПТОВІЙ МОВІ ДЛЯ ОПИСУ ПРАВИЛ У БАЗІ ЗНАНЬ ЕКСПЕРТНОЇ СИСТЕМИ.....	163
<b>Чабан О.О., Мелешко Є.В.</b> <i>Центральноукраїнський національний технічний університет</i>	
ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ ПАРСИНГУ ВЕБ-САЙТІВ	168
<b>Шерман З. А., Дмитриев О. Н.</b> <i>Донецкий национальный медицинский университет Летная академия НАУ</i>	
ПОСТРОЕНИЕ ГАНДИКАП ГРАФОВ.....	171
<b>Шингалов Д.В., Минайленко Р.М., Босько В.В.</b> <i>Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький</i>	
ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГРАДІЄНТНОГО СПУСКУ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕКОМЕНДАЦІЙНИХ СИСТЕМ.....	176
<b>Якуніна І.Л., Верховський В. В.</b> <i>Льотна академія НАУ</i>	
МЕРЕЖЕВЕ ПЛАНУВАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ НАВЧАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН, ЩО ВХОДЯТЬ ДО СЕРТИФІКАЦІЙНОГО АКТУ ДЛЯ ОТРИМАННЯ СВДОЦТВА CPL(A).....	179

# FINITE MARKOV CHAINS AND TILED ORDERS

Chernousova Zhanna

*Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute*

*Abstract.* The relationship between the matrix of transition probabilities of simple Markov processes with a finite number of states and Frobenius quivers is considered.

*Аннотация.* Рассматривается взаимосвязь между матрицей переходных вероятностей простых марковских процессов с конечным числом состояний и фробениусовыми графами.

Let  $B=(b_{ij})$  be an arbitrary real square  $n \times n$ -matrix, i.e.  $B \in M_n(\mathbf{R})$ . Using  $B$  one constructs a simply laced quiver  $Q(B)$  by the following way: the set of vertices  $VQ(B)$  of  $Q(B)$  are the integers  $1, \dots, n$ . The set of arrows  $AQ(B)$  is defined as follows: there is an arrow from  $i$  to  $j$  if and only if  $b_{ij} \neq 0$ .

A matrix  $B \in M_n(\mathbf{R})$  is permutationally irreducible if and only if the quiver  $Q(B)$  is strongly connected. A quiver  $Q$  is strongly connected if and only if the matrix  $[Q]$  is permutationally irreducible.

Let  $P=(p_{ij})$  be the transition matrix for a Markov chain  $MC_n$ .

**Definition 1.** The quiver  $Q(MC_n)$  of the Markov chain  $MC_n$  is the quiver  $Q(P)$  of its transition matrix  $P$ .

Obviously,  $Q(MC_n)$  is a simply laced quiver.

**Definition 2.** A square  $n \times n$ -matrix  $P=(p_{ij})$  is called stochastic if  $P$  is non-negative and if the sum of the elements of each row of  $P$  is 1.

Thus, every stochastic matrix can be regarded as the transition matrix for a finite (homogeneous) Markov chain and conversely, the transition matrix for such a Markov chain is stochastic.

Let  $Q$  be a quiver with the adjacency matrix  $[Q]=(q_{ij})$ . We shall refer to the eigen-vectors (resp. eigen-values) of  $[Q]$  as the eigen-vectors (resp. eigen-values) of the quiver  $Q$ .

**Definition 3.** A quiver  $Q$  with  $VQ \neq \emptyset$  shall be called Frobenius if it has a positive right eigen-vector  $z=(z_1, \dots, z_n)$ .

**Theorem.** For any Frobenius quiver  $Q$  there exists a stochastic matrix  $P$  such that  $Q(P)=Q$ .

*Proof.* One can show that its eigen-value  $\lambda$  is positive also. We consider the diagonal matrix  $Z=diag(z_1, \dots, z_n)$ . Then the matrix  $P=(p_{ij})=\lambda^{-1}Z^{-1}[Q]Z$  is stochastic.

Indeed, 
$$p_{i1} + \dots + p_{in} = \lambda^{-1}z_i^{-1}(q_{i1}z_1 + \dots + q_{in}z_n) = \lambda^{-1}z_i^{-1}\lambda z_i = 1.$$

Obviously,  $[Q(P)] = [Q]$ .

As follows from the Perron-Frobenius theorem, every strongly connected quiver is Frobenius.

The quiver of a Markov chain is not necessarily Frobenius.

For example, let 
$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}.$$
 Then

$$[Q(P)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

and  $\chi_{Q(P)} = \lambda(1-\lambda)^2(\lambda-2)$ . We have

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

### References

1. Kirichenko V.V. Tiled orders over discrete valuation rings, finite Markov chains and partially ordered sets, I / V.V.Kirichenko, M.A.Khibina, V.N.Zhuravlev, M.A.Dokuchaev, Zh.T.Chernousova // Algebra and Discrete mathematics. – 2002, no. 1. – P.32-63.

# APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE FOR AIR NAVIGATION SYSTEMS DEVELOPMENT

Shmelova T., Sikirda Yu., Kasatkin M.

*National Aviation University*

*Flight Academy of the National Aviation University*

*Kharkiv National University of Air Forces named by I. Kozhedub*

*Аннотация.* Искусственный интеллект (ИИ) в авиации является инновационной технологией для повышения безопасности полетов и характеризуется способностью учиться, совершенствоваться и прогнозировать. ИИ представлен в моделях принятия решений в аэронавигационной социотехнической системе в виде экспертных систем, систем поддержки принятия решений для пилотов, авиадиспетчеров и других представителей авиационного персонала.

*Abstract.* Artificial Intelligence in aviation is an innovative technology for enhancing flight safety and the characteristic ability to learn, improve, and predict. The AI is presented in models of decision making in Air Navigation Sociotechnical system as Expert Systems, Decision Support Systems for pilots, air traffic controllers and other aviation personnel.

**Introduction.** Nowadays in documents of International Civil Aviation Organization (ICAO) defined new added approaches for achieving the main goal of ICAO enhancing the effectiveness of global aviation security, and improving the practical and sustainable implementation of preventive aviation security measure. The Global Aviation Security Plan (GASP) identifies five key outcomes for improving effectiveness, such as [1]:

- enhancing awareness and response of risk;
- development of security culture and human capability;
- improving technological resources and foster innovation;
- improving oversight and quality assurance;
- increasing cooperation and support between states.

So, the quality of decisions dependences from the development and using of innovative technology in aviation nowadays such as Artificial Intelligence (AI) [2]. Developing of AI in Air Navigation System (ANS) as Sociotechnical system (STS) such as Expert Systems (ES), Decision Support Systems (DSS), are considering new concepts in aviation need with using modern information

technologies and modern courses: Data Science, Big Data, Data Mining, Multi-Criteria Decision Analysis, Collaboration Decision Making (CDM), Blockchain, etc. The AI technologies can be clustered in the following capabilities presented in Fig. 1.

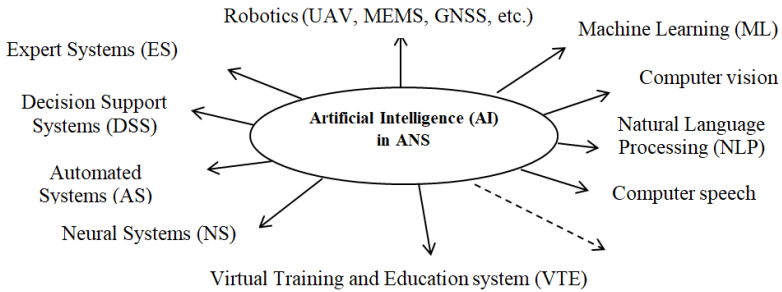


Fig. 1. The branches of AI capability in ANS

Particular applications of AI in ANS include ESs; DSSs; automated systems; systems of pattern recognition, speech recognition, and machine vision, etc.

**Main part.** Today, AI capabilities are proliferating across the transport sector. The AI systems have high potential in Air Traffic Management (ATM), specifically in areas which involve decision making (DM) under uncertainty (e.g. conflict detection and resolution) and prediction with limited information (e.g. trajectory prediction) [3; 4]. For example, validation based on one month of ADS-B data, the AI system is able to predict ATC actions, for complex traffic scenarios, at an accuracy – AN-Conf/13-WP/232 of above 70%. It is very important to create highly intelligent joint DM systems for engineers, pilots, air traffic controllers and new airspace users, such as unmanned aircraft systems. As a rule, systems are significant for work and for personal training. As known, the differentiating factor of AI systems from a standard software system is the characteristic ability to learn, improve, and predict. Through training, an AI system is able to generate knowledge and apply it to

novel situations not encountered before. Important branches of AI such as ES and DSS useful for obtaining new knowledge and for the search optimal solutions in difficult cases.

The ICAO documents recommend developing Intelligent Expert Systems in aviation to support DM of operators [1; 2]. For example, the authors have developed training “Expert Judgment Method (EJM) / Multi-criteria decision problems” [5; 6] and other pieces of Ttraining about using DM models in Emergency for DSSs by pilots, air traffic controllers and other aviation personnel [7]. Complex use of models, for example, deterministic and stochastic, allows predicting the development of emergency situations (Fig. 2).

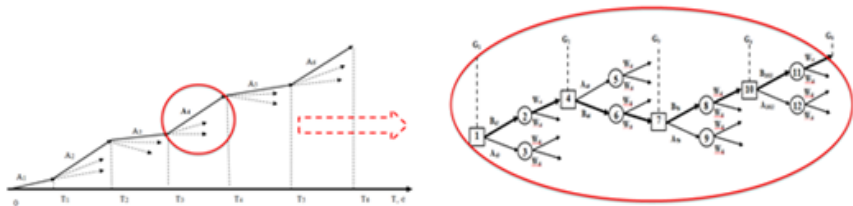


Fig. 2. The deterministic and stochastic models for using in predict of emergency

For today, the key to ensuring the safety of flights is the problem of the organization of CDM by all the operational partners – airports, air traffic control services, airlines and ground operators – on the basis of general information on the flight process and ground handling of the aircraft in the airport [8]. Blockchain technology is ideal as a new infrastructure to secure, share, and verify learning achievements and CDM too.

**Conclusions.** Models of flight emergency development and of DM by an operator in-flight emergency will allow predicting the operator’s actions with the aid of the informational-analytic and diagnostics complex for research of operator behavior in extreme situations. It is necessary to develop modern DSSs of Air Navigation

System's operator (pilots, air traffic controllers, flight dispatchers, UAV's operators) in-flight emergencies and in other situations, to investigate applied tasks of the DM in Sociotechnical System by an operator of aviation system, chemical production, energy, military industry, etc. Developing of Intelligent ES, DSSs considering new concepts in aviation (FF-ICE, PBA, SMART, CDM, SWIM, etc.) for different operators and each stage, process, which are problems, with using modern information technologies Data Science, Big Data, Data Mining, Multi-Criteria Decision Analysis, etc. It is necessary to analyze all factors influencing the DM of operators in these systems in order to predict the development of the technogenic catastrophe and prevent it with AI.

## References

1. Global Aviation Security Plan (GASP). International Civil Aviation Organization, Canada, Montreal (2017)
2. Potential of Artificial Intelligence (AI) in Air Traffic Management (ATM). In: Thirteenth Air Navigation Conference ICAO, Montréal, Canada, 9-19 October 2018 (2018)
3. International Civil Aviation Organization Global Air Traffic Management Operational Concept: Doc. ICAO 9854 (1st ed.). International Civil Aviation Organization, Montreal, Canada (2005)
4. Air Traffic Management: Doc. ICAO 4444-RAC/5011 (5th ed.). International Civil Aviation Organization, Montreal, Canada (2007)
5. Shmelova, T., Sikirda, Yu., Rizun, N., Lazorenko, V., Kharchenko, V.: Machine Learning and Text Analysis in an Artificial Intelligent System for the Training of Air Traffic Controllers: Chapter 1. In: T. Shmelova, Yu. Sikirda, N. Rizun, D. Kucherov, K. Dergachov (eds.). Automated Systems in the Aviation and Aerospace Industries: manuscript. USA, Hershey, IGI Global, 1-50 (2019)
6. Kharchenko, V., Shmelova, T., Sikirda, Y.: Methodology of Research and Training in Air Navigation Socio-technical System.



- Proceedings of the National Aviation University, vol. 1, 8–23 (2018)
7. Shmelova, T., Sikirda, Y., Rizun, N., Salem, A.-B. M., Kovalyov, Y.: Socio-Technical Decision Support in Air Navigation Systems: Emerging Research and Opportunities: manuscript. USA, Hershey, IGI Global (2018)
  8. Manual on Collaborative Decision-Making (CDM): Doc. ICAO 9971 (2nd ed.). International Civil Aviation Organization, Montreal, Canada (2014)

## **СОВРЕМЕННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ БЕЗБУМАЖНОЙ ИНФОРМАТИКИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ РЕФЕРАТИВНОГО ЖУРНАЛА «МАТЕМАТИКА»**

Архипова Н.А., Воблый В.А.

*ВИНИТИ РАН*

*Аннотация.* Рассматриваются функциональные возможности Единой технологической базы данных (ЕТБД) и Автоматизированного рабочего места (АРМ) КОРЕФ, которые позволяют научным редакторам и референтам ВИНТИ РАН эффективно обрабатывать документы для Реферативного журнала «Математика». Описаны возможности предоставляемого инструментария базы, методы поддержки удаленного доступа, средства обеспечения взаимодействия между участниками процесса.

*Abstract.* We consider the functionality of the Unified Technological Database (UTDB) and the Automated Workstation (AWS) KOREF, which allows scientific editors and reviewers of the VINITI RAS to efficiently process documents for the Abstract Journal «Mathematics». We describe the capabilities of the provided base toolkit, methods for supporting remote access, interoperability tools between the participants of process.

Родоначальником безбумажной информатики в Советском Союзе был академик Глушков В.М., работавший на Украине в киевском Институте кибернетики [1]. В связи новыми возмо-

жностями вычислительной техники и появлением интернета безбумажная информатика получила дальнейшее развитие.

В ВИНТИ РАН функционирует автоматизированное рабочее место (АРМ) «Корректор, Редактор, Референт» (КОРЕФ), которое обеспечивает внесение изменений в описания документов непосредственно в Единой технологической базе данных (ЕТБД) при выполнении операций тематической разметки, реферирования, научного редактирования, индексирования, корректуры [2].

Основные массивы данных ЕТБД – это Рубрикатор и Регистр информационных продуктов; регистрационный массив входного потока НТЛ на монографическом уровне; собственно технологическая база документов и продуктов, находящихся в обработке; реестр субъектов и платных данных; хранилище полно-текстовых образцов публикаций.

В настоящее время массивы ЕТБД содержат более 10 млн. документов в разной стадии обработки; Рубрикатор и Регистр продуктов содержат 70 тыс. рубрик (частично оснащенных списками ключевых слов); в реестр субъектов включены описания около 3,5 тыс. штатных и внештатных сотрудников.

АРМ КОРЕФ предназначено для использования штатными и нештатными редакторами и референтами отделов научной информации, корректорами отдела подготовки издательских оригинал-макетов номеров Реферативного журнала и другими сотрудниками, участвующими в технологическом процессе производства.

КОРЕФ предоставляет инструментарий для выполнения различных действий по содержательной обработке документов, загруженных в ЕТБД. Эти инструменты предназначены для редакторов отделов научной информации, а также референтов. Научным редакторам и референтам КОРЕФ предлагает функции содержательной обработки документов для тематических выпусков Реферативного журнала. При работе с заимствованными документами на иностранном языке есть возможность с помощью встроенного переводчика Google осуществлять перевод заголовка и реферата.

Редактирование текстовых полей предусматривает возможность проверки орфографии, а также соответствия алфавиту (набору допустимых символов) информационных изданий ВИНТИ. Проверяется структурная целостность описания документа – обязательность тех или иных элементов данных в зависимости от технологического этапа. Реализован сервис выбора/контроля рубрик и ключевых слов из списков, соответствующих тематике Реферативного журнала.

Программа КОРЕФ предоставляет редактору возможность направлять научным референтам, с которыми он сотрудничает постоянно, документы на содержательную обработку без пересылки формуляров по почте. Референт, используя КОРЕФ, видит список направленных ему на реферирование документов, которые он может либо принять в работу, обработать и отправить редактору после своей обработки, либо отказаться в связи не соответствия его научным интересам.

Помимо исключения почтовых пересылок, данный подход дает редактору возможность контролировать, на какой стадии находится работа и своевременно принимать решения по перенаправлению документа другому исполнителю, либо включению документа в резерв выпуска.

Работа пользователей обеспечивается в удаленном режиме, а не только в корпоративной сети ВИНТИ. Возможность доступа к ЕТБД через Интернет реализует устанавливаемый на компьютере пользователя программный модуль, который обращается к базе данных через веб-сервер, где развернута библиотека функций доступа СУБД Microsoft SQL-Server. Клиентские программные средства реализованы в расчете на работу под управлением различных версий операционных систем Windows.

Важной составляющей работы с публикациями является их тематическое индексирование по Рубриктору. Эту функцию должны выполнять работники, глубоко знающие предмет. Однако в связи с большим потоком документов требуется предварительно делить его по тематикам для дальнейшего направления специалистам соответствующего профиля. Для

этого необходимо иметь средства автоматической классификации текстов. В настоящее время в ВИНТИ разрабатывается версия программы, которая позволит по названию, авторской аннотации и ключевым словам определять тематику документа – сначала на уровне отдела и выпуска РЖ, а затем по рубрикам ГРНТИ.

Перспективной задачей является подключение к КОРЕФ программы перевода собственных имен [3].

Опыт эксплуатации программы КОРЕФ в отделе математики ВИНТИ РАН показал увеличение производительности в работе редакторов и референтов, создание более комфортных условий для их работы, а также уменьшение количества пересылок по почте документов.

### **Литература**

1. Глушков В.М. Основы безбумажной информатики, М: Наука, ГРФМЛ, 1987.

2. Малинина К.О., Крутиков Б.В., Шапкин А.В. Интерактивное взаимодействие референтов и редакторов с информационным центром в процессе формирования информационных продуктов. Матер. Международ. конфер. «Информация в современном мире», М: ВИНТИ РАН, 2017, с. 206-212.

3. Воблый В.А., Архипова Н.А. Задача перевода собственных имен в информационной системе «Математика». Матер. XX Международ. семинара «Комбинаторные конфигурации и их приложения», Кропивницкий, 2018, с. 22-25.

# АНАЛІЗ ПРОБЛЕМНИХ ОБЛАСТЕЙ БІЗНЕС-ПРОЦЕСУ «ПРОСУВАННЯ ТОВАРУ ІНТЕРНЕТ-МАГАЗИНУ»

Безугла О. В., Козир С.В.

*Національний технічний університет  
«Дніпровська політехніка»*

*Abstract.* The possibility of using visual modeling for identifying problem areas of the business process is considered. The model of the process, adapted to the specific conditions of the online store, was developed. Business process analysis is done. The "bottlenecks" of the process are revealed. The expediency of simulation modeling of the process, as an instrument of more in-depth analysis, for the purpose of its improvement is substantiated.

Розробка управлінських рішень потребує застосування сучасних інформаційних технологій, що забезпечують повноту, своєчасність інформаційного відображення процесів, можливість їхнього моделювання, аналізу, прогнозування.

Моделювання бізнес-процесу «Просування товару інтернет-магазину» здійснюється із застосуванням CASE-засобу AllFusion Process Modeler 7.0 - інструменту, який підтримує методології IDEF0, IDEF3 і DFD та дозволяє отримати його графічне зображення у вигляді цілісної і несуперечливої моделі [1].

Виділення проблемних областей є найпростішим засобом якісного аналізу процесу. Основне призначення цього методу аналізу полягає в тому, щоб визначити напрямки подальшого більш поглибленого аналізу.

Для виявлення "вузьких місць" процесу «Просування товару інтернет-магазину» за допомогою IDEF3 описано сценарій та послідовність операцій процесу ( рис.1).

Аналіз фрагменту бізнес-процесу (БП) після перехрестя «Хот»( J7) вказує, що тут імовірно виникнення "вузького місця". Коли з'являються потенційні клієнти, які на даному етапі ще не готові зробити замовлення, то їх контакти заносять до бази даних ( БД) «холодні» і одночасно запускаються дві операції: «Email розсилка вибірки товарів за категоріями, які цікавлять потенційного клієнта» (операція № 19) та «Додавання бази

“холодні” до ретаргетингу наступної рекламної компанії» (операція № 20). Після 19-ої операції контакти із БД “холодні” знову стають в чергу до задачі «Обдзвони менеджером бази потенційних клієнтів(фільтрація)». А після 20-ї операції контакти із БД “холодні” знову стають в чергу до задачі «Запуск реклами», а потім і до задачі «Обдзвони менеджером бази потенційних клієнтів (фільтрація)» (операція № 15). Як результат - навантаження на ресурс, що виконує даний процес зростає і можливо виникнення затримок. Задачею моделювання даної ситуації є поглиблений аналіз того, як буде виконуватись даний фрагмент процесу в залежності від характеру потоку появи нових товарів із каталогу інтернет-магазину, які є вхідними даними для процесу «Просування товару інтернет-магазину».

З метою проведення поглибленого аналізу, щоб отримати максимально повну інформацію щодо БП, необхідно провести імітаційне моделювання всіх ситуацій, які можуть виникнути на реальному підприємстві [2]. Імітаційне моделювання та симуляцію процесу необхідно здійснити відповідно до діаграми розробленого сценарію процесу (рис.1). Загалом, сценарієм імітаційного моделювання є сукупність імовірних перебігів розвитку одного і того самого процесу при різних наборах вхідних даних. Імітаційне моделювання БП з різними вхідними даними дозволить з'ясувати, як зміна значень однієї або декількох змінних вплине на вихідні результати всього процесу. Результати такого моделювання дозволять провести поглиблений аналіз виконання БП та виявити ділянки процесу які потребують оптимізації, розробити заходи, по усуненню "вузьких місць" процесу «Просування товару інтернет-магазину» та вдосконаленню процесу.

Імітаційне моделювання планується виконувати в середовищі IBM WebSphere Business Modeler [3]. За допомогою засобів імітаційного моделювання потрібно відслідковувати виконання процесу за кожним зі сценаріїв, щоб мати можливість регулювати можливий розвиток подій і впливати на результати

виконання процесу, приймати різні рішення відносно організації процесу.

При виконанні імітаційного моделювання планується змінювати значення вхідних показників для визначення імовірних перебігів одного процесу в різних умовах його функціонування.

Для моделювання БП використовується: закон розподілу вхідної змінної; час початку виконання БП; час закінчення виконання БП; кількість вхідних даних . Найбільш поширеними видами розподілу змінної виступатимуть: рівномірний, нормальний, експоненціальний закони розподілу. Викликає інтерес також дослідження сценаріїв «Масштабування навантаження на процес, яке виходить за межі доступних ресурсів» та «Зміна вимог до ресурсів».

Таким чином, отримані наступні результати: в ході аналізу предметної області просування товару інтернет-магазину розроблено діаграму процесу, виявлено "вузькі місця" процесу. Обґрунтовано доцільність імітаційного моделювання процесу, як інструменту більш поглибленого аналізу з метою його вдосконалення.

## Література

1. Пономаренко В. С. Теорія та практика моделювання бізнес-процесів : монографія / В. С. Пономаренко, С. В. Мінухін, С. В. Знахур. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 244 с
2. Kozyr S.V. Simulation modeling for forecasting daily load of the coal face// Kozyr S.V., Kupenko O.P. // Mechanics, Materials Science & Engineering Journal. Vol. 16. 2018/DOI 10.242/mmse.51.62.826/https://mmse.xyz/en/iv-environmental-safety-vol-16-2018/
3. Создание бизнес-процесса с помощью инструментов Rational и WebSphere / П. Свитинбенк, Х. Бадави и др. ; пер. англ. – М. : КУДИЦ-Образ, 2007. – 480 с.

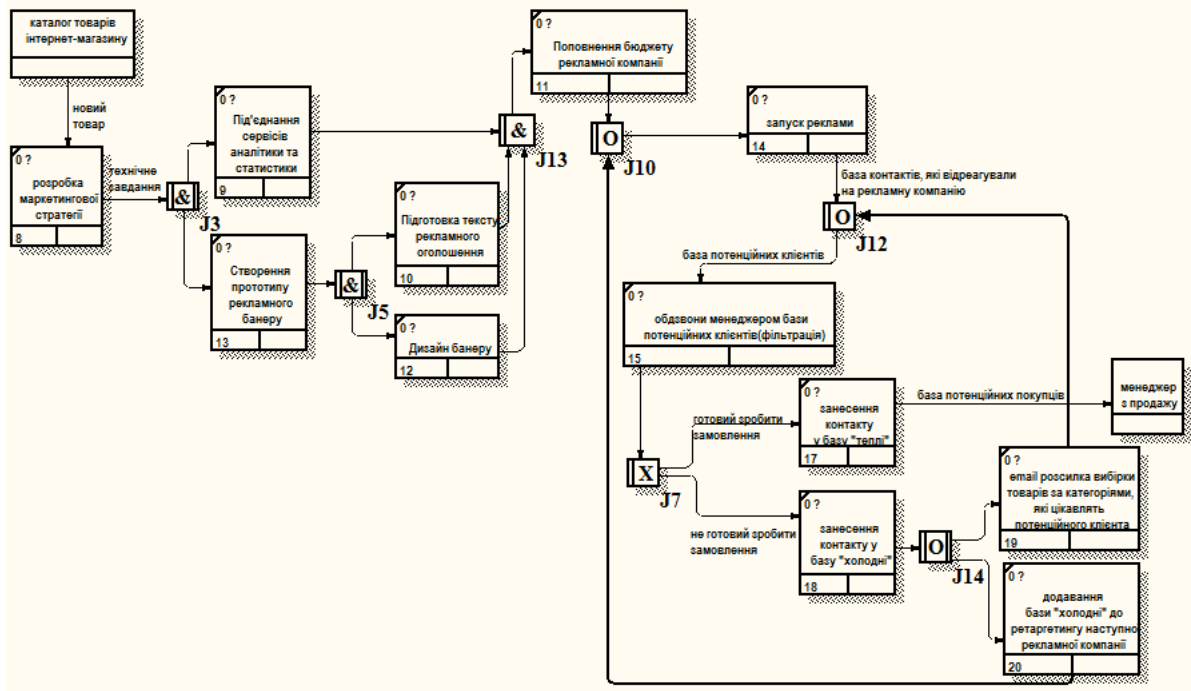


Рис.1. Діаграма сценарію процесу «Просування товару інтернет-магазину»



# ИЗОТОПНЫЕ ФУНКЦИИ

Бондарь О.П.

*Летняя академия Национального авиационного университета*

*Аннотация.* Рассматриваются определение изотопных функций и комбинаторные конфигурации этих функций как подмножество компоненты линейной связности в соответствующем пространстве функций.

В.В.Шарко [1] определил изотопные функции Морса и дал необходимое и достаточное условие изотопности для правильных минимальных функций Морса на односвязном многообразии размерности, большей пяти.

Естественное обобщение понятия изотопии функций Морса на более широкий класс функций позволяет получить полезный аппарат исследования функций на многообразиях, и, следовательно, - изучения самих многообразий.

Пусть в обозначениях [3]:

- группа  $\text{Iso}(M)$   $m$ -мерного многообразия  $M$  – определяемая контекстом группа  $C^r$ -дiffeоморфизмов  $D^r(M)$ ,  $r = 1, \dots, \infty$ , гомеоморфизмов  $\text{Hom}(M)$  или  $PL$ -гомеоморфизмов  $PL(M)$ , а соответствующие отображения называются изоморфизмами;

-  $\text{Iso}(M, X)$  – группа изоморфизмов, неподвижных на подмножестве  $X \subset M$ , тогда  $\text{Iso}(M, \emptyset) = \text{Iso}(M)$ ;

-  $\text{Iso}^+(M)$  – группа изоморфизмов, сохраняющих ориентацию  $M$ , если  $M$  ориентируемо;

-  $\text{Iso}_0(M, X)$  – подгруппа в  $\text{Iso}(M, X)$ , состоящая из всех изоморфизмов, изотопных  $\text{id}_M$  в пространстве  $\text{Iso}(M, X)$ .

-  $T(M)$  – группа изотопий многообразия  $M$ .

В дальнейшем, если не оговорено противное, полагаем многообразии  $M$  компактным.

**Определение 1.** Пусть  $f_0: M \rightarrow \mathbb{R}$  непрерывная или  $r$ -дифференцируемая ( $r = 1, \dots, \infty$ ) функция и изотопии

$$H: M \times [0, 1] \rightarrow M \times [0, 1],$$

$$h: \mathbb{R} \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \times [0, 1],$$

такие, что

$$H_t \subset \text{Iso}_0(M), H_0 = \text{id}_M,$$

$$h_t \subset \text{Iso}_0^+(\mathbb{R}), h_0 = \text{id}_{\mathbb{R}}.$$

Тогда функции  $f_t: M \rightarrow \mathbb{R}, t \in [0,1]$ ,

$$f_t = h_t \circ f_0 \circ H_t^{-1},$$

имеющие тот же тип (непрерывные,  $r$ -дифференцируемые или функции Морса), что и функция  $f_0$ , называются *изотопными функциями*  $f_0$  (*непрерывно изотопными,  $r$ -дифференцируемо изотопными* или *изотопными функциями Морса*), или просто *изотопными*, если контекст не требует уточнений.

Это определение позволяет, в частности, связать понятия сопряженных и изотопных функций Морса [1], [2], а также определяет один из способов их нахождения.

В.В.Шарко [1, определение II.5] называл функции Морса  $f$  и  $g$ , заданные на многообразии  $M$ , сопряженными, если существуют диффеоморфизмы

$$H: M \rightarrow M, h: [0,1] \rightarrow [0,1],$$

изотопные тождественным, такие, что

$$f = h \circ g \circ H.$$

Другими словами, сопряженные функции Морса – это дифференцируемо эквивалентные [6] функции, связанные диффеоморфизмами, изотопными тождественным.

Сопряженные функции Морса – это изотопные функции Морса с точки зрения определения 1. Изотопии образа и прообраза этих функций позволяют находить соединяющую их гомотопию.

Например, цепное отображение [1, лемма II.3], индуцированное диффеоморфизмом прообраза правильной минимальной функции Морса, «можно последовательно поправлять» [1], используя орбиты действия соответствующей группы изотопий (см. ниже).

Функции, изотопные данной функции  $f_0$ , образуют класс попарно изотопных функций, представляющий собой компоненту линейной связности в соответствующем пространстве функций.

С другой стороны, функции  $f_i$ , изотопные функции  $f_0$ , образуют непрерывную или гладкую гомотопию (или деформацию) этой функции

$$F: M \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R},$$

такую, что

$$F(x,0) = f_0(x),$$

$$F(x,t) = f_i(x)$$

при любом  $x \in M$ . Такую гомотопию принято называть путем в соответствующем пространстве функций, соединяющим функцию  $f_0$  с функцией  $f_i$ .

Таким образом, рассмотрев в пространстве бесконечно дифференцируемых функций Морса на многообразии  $M$  путь

$$\gamma: [0,1] \rightarrow C^\infty(M, \mathbb{R}),$$

– отображение, ставящее в соответствие каждому  $t \in [0,1]$  функцию Морса  $f_i$ ,

изотопную в смысле определения 1 функции Морса  $f_0$ , получим соответствие этого определения определению В.В.Шарко [1] изотопных функций Морса.

Изотопные функции топологически ( $r$ -дифференцируемо или гладко) эквивалентны. Обратное утверждение, вообще говоря, неверно.

**Утверждение 1.** Если функции

$$f_0: M \rightarrow \mathbb{R} \text{ и}$$

$$f_1: M \rightarrow \mathbb{R}$$

топологически или дифференцируемо эквивалентны и связаны изоморфизмами, изотопными тождественным, то эти функции изотопны.

Действительно, если функции топологически или дифференцируемо эквивалентны, то есть существуют изоморфизмы  $a$  и  $b$

$$a: M \rightarrow M, a \in \text{Iso}_0(M),$$

$$b: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, b \in \text{Iso}_0^+(\mathbb{R}),$$

такие, что

$$f_1 = b \circ f_0 \circ a^{-1},$$

то тривиальные изотопии

$$H: M \times [0,1] \rightarrow M \times [0,1], H_t = a,$$

$$h: \mathbb{R} \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R} \times [0,1], h_t = b$$

для всех  $t \in [0,1]$  подтверждают изотопность функций  $f_0$  и  $f_1$ .

Поскольку изоморфизмы  $H_t$  называют правыми заменами, а  $h_t$  – левыми заменами для соответствующих функций, то естественно ввести следующее определение.

**Определение 2.** Пусть  $f_0: M \rightarrow \mathbb{R}$  непрерывная или  $r$ -дифференцируемая ( $r = 1, \dots, \infty$ ) функция и изотопия

$$H: M \times [0,1] \rightarrow M \times [0,1],$$

$$(h: \mathbb{R} \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R} \times [0,1]),$$

такая, что

$$H_t \subset \text{Iso}_0(M), H_0 = \text{id}_M,$$

$$(h_t \subset \text{Iso}^+(\mathbb{R}), h_0 = \text{id}_{\mathbb{R}}).$$

Тогда функции  $f_t: M \rightarrow \mathbb{R}, t \in [0,1]$ ,

$$f_t = f_0 \circ H_t^{-1} \quad (f_t = h_t \circ f_0),$$

имеющие тот же тип (непрерывные,  $r$ -дифференцируемые или функции Морса), что и функция  $f_0$ , называются *изотопными справа (слева) функции  $f_0$*  (непрерывно изотопными,  $r$ -дифференцируемо изотопными или изотопными функциями Морса), или *правоизотопными (левоизотопными)*.

Правоизотопные (левоизотопные) функции можно определить и таким образом: положить в определении 1 для всех  $t \in [0,1]$

$$h_t = \text{id}_{\mathbb{R}} \quad (H_t = \text{id}_M).$$

В.В.Шарко [1, Теорема II.7] указал необходимые и достаточные условия изотопности правильных минимальных функций Морса на односвязном замкнутом многообразии, рассматривая функции, по сути являющиеся правоизотопными функциями Морса в смысле определения 2.

Основой для следующего утверждения служит существование построенной Александером [4] изотопии между любым неподвижным на крае гомеоморфизмом диска на себя и тождественным отображением диска. А именно, для любого гомеоморфизма  $n$ -мерного диска  $D$  на себя

$$g: D \rightarrow D,$$

тождественного на крае

$$g(\partial D) = \text{id}_{\partial D},$$

существует изотопия

$$h: D \times [0,1] \rightarrow D \times [0,1],$$

такая, что

$$h_0 = g, h_1 = \text{id}_D$$

и для всех  $t \in [0,1]$

$$h_t(\partial D) = g(\partial D).$$

Это значит, что группа  $\text{Hom}(D, \partial D)$  тривиальна [5] или стягиваема [3], то есть  $\text{Hom}(D, \partial D) = \text{Hom}_0(D, \partial D)$ .

**Утверждение 2.** Функции на компактном многообразии, топологически эквивалентные слева, непрерывно изотопны слева.

Напомним [6], что функции топологически или дифференцируемо эквивалентны слева, если их связывают изоморфизмы пространства образов (замены зависимых переменных).

Более точно, пусть непрерывные функции на компактном многообразии  $M$

$$f_0: M \rightarrow [0,1] \text{ и}$$

$$f_1: M \rightarrow [0,1]$$

топологически эквивалентны слева, то есть существует гомеоморфизм

$$b: [0,1] \rightarrow [0,1], b \in \text{Hom}^+([0,1]),$$

такой, что

$$f_1 = b \circ f_0.$$

А поскольку гомеоморфизм  $b$  изотопен тождественному на  $D=[0,1]$  отображению («трюк» Александера), то утверждение 2 следует из утверждения 1.

Для дифференцируемых функций подобное доказательство невозможно, поскольку [5] изотопия  $h$  гомеоморфизма  $b$  никогда (при  $b \neq \text{id}$ ) не бывает гладкой, даже при гладком  $b$ .

### Литература

1. Шарко В.В. Функции на многообразиях (алгебраические и топологические аспекты). – Киев: Наук. думка, 1980. – 196 с.
2. Шарко В.В. Гладкая и топологическая эквивалентность функций на поверхностях // Укр. мат. журн.- 2003.- 55, №5. – С. 687 – 700.

## О КОМБИНАТОРНОМ ТОЖДЕСТВЕ, СВЯЗАННОМ С ПЕРЕЧИСЛЕНИЕМ ГРАФОВ

Воблый В.А.  
ВИНИТИ РАН

*Аннотация.* Доказывается комбинаторное тождество, связанное с перечислением помеченных внешнепланарных графов.

*Abstract.* We prove combinatorial identity related to enumeration of labeled outerplanar graphs.

При перечислении помеченных связных внешнепланарных графов разными способами, как следствие, получаются комбинаторные тождества.

**Теорема.** При  $n \geq 4$  верно тождество

$$\sum_{k=1}^n (k-3)(k^2-2k-2n) \frac{n^{n-k}}{(n-k)!} = 6 \frac{n^{n+1}}{n!}.$$

**Доказательство.** Пусть  $OP(n, 2)$  – число помеченных связных внешнепланарных бициклических графов с  $n$  вершинами. В [1] получена формула

$$OP(n, 2) = \frac{(n-1)!}{16} \sum_{k=4}^n \frac{k^2(k-3)}{(n-k)!} n^{n-k}.$$

Пусть  $P(n, k)$  – число помеченных связных внешнепланарных  $k$ -циклических графов с  $n$  вершинами. В [2] найдена формула

$$P(n, k) = \frac{(n-1)!}{k! 2^k} \sum_{s=k+2}^n \sum_{q=0}^{k-1} \frac{n^{n-s} (s-3)! 2^q}{(n-s)! (s-k-2)!} \times \\ \binom{n-s}{k-q-1} \binom{s+k-2}{q}.$$

Так как  $k$ -циклический граф – это граф с цикломатическим числом равным  $k$ , то  $OP(n, 2) = P(n, 2)$ .

$$\frac{(n-1)!}{16} \sum_{k=4}^n \frac{k^2(k-3)}{(n-k)!} n^{n-k} = \frac{(n-1)!}{8} \sum_{k=4}^n \frac{(k-3)(n+k)}{(n-k)!} n^{n-k}$$

$$\sum_{k=4}^n (k-3)(k^2 - 2k - 2n) \frac{n^{n-k}}{(n-k)!} = 0$$

$$\sum_{k=1}^n (k-3)(k^2 - 2k - 2n) \frac{n^{n-k}}{(n-k)!} = 6 \frac{n^{n+1}}{n!}$$

Доказательство закончено.

### Литература

1. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных внешнепланарных бициклических и трициклических графов, Дискрет. анализ и исслел. операций, т. 24, №2, 2017, 18-31.
2. Воблый В.А. Число помеченных внешнепланарных  $k$ -циклических графов. Математ. Заметки, т. 103, вып. 5, 2018, 657-666.

# ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ КАКТУСНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЕЙ С ЗАДАННЫМ ЧИСЛОМ ЦИКЛОВ

Воблый В.А., Кононенко Д.А.

*ВИНИТИ РАН, МАДИ*

*Аннотация.* С помощью максимального числа остовных деревьев в помеченном  $k$ -циклическом кактусе получена оценка надежности кактусовой информационной сети с заданным числом циклов.

*Abstract.* We obtain an estimate of reliability for cacti information networks using the maximal number of spanning trees in labeled  $k$ -cyclic cactus with a given number of cycles.

*Точкой сочленения* связного графа называется его вершина, после удаления которой вместе с инцидентными ей рёбрами граф становится несвязным. *Блок* – это связный граф без точек сочленения, а также максимальный связный нетривиальный подграф, не имеющий точек сочленения [1, с. 41].

*Кактусом* называется связный граф, в котором нет рёбер, лежащих более чем на одном простом цикле [2, с. 93].

*Цикломатическим числом* связного графа называется увеличенная на единицу разность между числом рёбер графа и числом его вершин.  *$k$ -циклический граф* – это граф с цикломатическим числом, равным  $k$ .

В настоящее время наблюдается быстрое развитие и рост информационных сетей. Информационные сети повсеместно интегрированы не только в профессиональную деятельность (управление, социология, производство, логистика и т.д.), но и личную жизнь современного человека. В связи с этим важной задачей является увеличение надежности таких сетей.

На надежность сети сильно влияет ее топология. Структура графа-кактуса часто служит топологией сети [3,4]. Число остовных деревьев графа является важной характеристикой его надежности как информационной сети [3]. Надежность сети максимальна при максимизации числа остовных деревьев в соответствующем ей графе.



**Теорема.** Пусть  $t(n, k)$  – максимальное число остовных деревьев в помеченном кактусе с  $n$  вершинами и  $k$  циклами. Тогда при  $n \geq 5$  и  $k \geq 2$  верна формула

$$t(n, k) = x^{k-m} (x + 1)^m$$

где  $x = \left\lfloor \frac{n+k-1}{k} \right\rfloor$ , ( $[p]$  – целая часть числа  $p$ ) и  $m$  – остаток от деления  $n + k - 1$  на  $k$ .

**Доказательство.** Пусть  $t_n(x_1, x_2, \dots, x_k)$  – число остовных деревьев в помеченном  $k$ -циклическом кактусе с  $n$  вершинами, где

$x_i$  – длина  $i$ -го цикла. В [5] доказано, что  $t_n(x_1, x_2, \dots, x_k) = \prod_{i=1}^k x_i$ .

Обозначим через  $q$  – число ребер кактуса, а через  $p$  – число блоков-ребер. Тогда имеем  $\sum_{i=1}^k x_i = q - p$ , где  $x_i \geq 3$ .

Очевидно, кактус с максимальным числом остовных деревьев не должен иметь блоков-ребер ( $p = 0$ ). В этом случае все его ребра циклические, а кактус не имеет висячих вершин и мостов.

Так как цикломатическое число  $k = q - n + 1$ , то  $q = n + k - 1$ .

Из неравенства между средним геометрическим и средним арифметическим получим оценку

$$t(n, k) = \max_{x_1 + \dots + x_k = n+k-1} t_n(x_1, x_2, \dots, x_k) \leq \left( \frac{1}{k} (n + k - 1) \right)^k.$$

Известно, что максимум достигается при  $x_1 = x_2 = \dots = x_k$ .

Поэтому, если  $m = 0$ , то  $t(n, k) = x^k$ .

Рассмотрим случай, когда  $0 < m < k - 1$ . Применим метод приближения к экстремуму выравниванием значений переменных (метод Штурма) [6, с. 104-107].

Допустим, что в наборе длин циклов кактуса  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$  существуют два неравных числа  $x_i < x_j$ , причем  $x_j - x_i > \Delta \geq 1$ .

После преобразования  $x'_i = x_i + \Delta$ ,  $x'_j = x_j - \Delta$  имеем

$$x'_i x'_j = x_i x_j + \Delta(x_j - x_i - \Delta) > x_i x_j.$$

В результате конечного числа преобразований получим набор с максимальным выравниванием длин циклов

$$(x, \dots, x, x + 1, \dots, x + 1),$$

которому соответствует экстремальный кактус с наибольшим числом остовных деревьев.

Теорема доказана.

### **Литература**

1. Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 302 с.
2. Харари Ф., Палмер Э. Перечисление графов. – М.: Мир, 1977. – 324 с.
3. Myrvold W. Reliable network synthesis: some recent developments // Proc. 8th Int. Conf. Graph Theory, Combinatorics, Algorithms, Appl. 1999. V. 2. pp. 650–660.
4. Ben-Moshe B., Dvir A., Segal M., Tamir A. Centdian computations for sensor networks, Proc. 7th Conf. TAMC Theory and Applications of Models of Computation, 2010, pp. 187-198.
5. Воблый В.А. О числе остовных деревьев в помеченном кактусе, Прикладная дискретная математика. Приложение, 2017, выпуск 10, 139–140
6. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы доказательства и примеры применения. М.: Дрофа, 2005.

# РЕКУРЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ МОМЕНТІВ ДИСКРЕТНИХ $Q$ -РОЗПОДІЛІВ

Волков Ю.І., Войналович Н.М.

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет  
імені Володимира Винниченка*

*Abstract.* The recurrence relations got for the  $q$ -binomial distribution, the negative  $q$ -binomial distribution, the  $q$ -poisson distribution.

Будемо використовувати позначення й основні факти квантового числення ( $q$ -числення) з книг [1]; і [2].

$$[n] = [n]_q := \frac{1 - q^n}{1 - q} = 1 + q + \dots + q^{n-1}, q > 0, [0] := 0,$$

$$[n]! := [n][n-1] \cdots [3][2][1], [0]! := 1,$$

$$\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = \frac{[n]!}{[k]![n-k]!} = \begin{bmatrix} n \\ n-k \end{bmatrix},$$

$$[a+b]_q^n = (a+b)(a+qb)(a+q^2b) \cdots (a+q^{n-1}b),$$

$$q\text{-формула Тейлора: } f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x-c)_q^k}{[k]!} D_q f(x)|_{x=c}.$$

**Означення 1.** Будемо говорити, що випадкова величина  $\xi$  має  $q$ -біноміальний розподіл з параметрами  $n$  і  $x$ , якщо

$$\Pr \left\{ \xi = [k] \right\} = \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} x^k (1-x)_q^{n-k}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < q < 1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

**Означення 2.** Будемо говорити, що випадкова величина  $\xi$  має від'ємний  $q$ -біноміальний розподіл з параметрами  $n$  і  $x$ , якщо

$$\Pr \left\{ \xi = \frac{[k]}{q^{k-1}} \right\} = \begin{bmatrix} n+k-1 \\ k \end{bmatrix} q^{-k(k-1)/2} \frac{x^k}{(1+x)_q^{n+k}}, \quad x > 0, \quad 0 < q < 1..$$

**Означення 3.** Будемо говорити, що випадкова величина  $\xi$  має  $q$ -пуассонівський розподіл з параметром  $x$ , якщо

$$\Pr\{\xi = [k]\} = q^{-k(k-1)/2} \frac{x^k}{[k]!} e_q(-xq^{-k}), \quad x > 0, q > 1, k = 0, 1, 2, \dots$$

Нехай  $m \in N, a \in R$ . Позначимо через  $s_m(a)$  математичне сподівання випадкової величини  $\xi$ , тобто,  $s_m(a) = E(\xi - a)^m$ . Тоді  $s_m(0) = \alpha_m$  це початкові моменти  $m$ -того порядку, а  $s_m(\alpha_1) = \mu_m$  це центральні моменти  $m$ -того порядку.

**Теорема.** Якщо випадкова величина  $\xi$  має  $q$ -біноміальний розподіл з параметрами  $n$  і  $x$ , то

$$s_{m+1}(a) = x(1-x)D_q s_m(a) + ([n]x - a)s_m(a), \quad (7)$$

$$s_0(a) = 1, s_1(a) = [n]x - a$$

Якщо має від'ємний  $q$ -біноміальний розподіл з параметрами  $n$  і  $x$ , то

$$s_{m+1}(a) = x(x/q + 1)D_{1/q} s_m(a) + ([n]x - a)s_m(a), \quad (8)$$

$$s_0(a) = 1, s_1(a) = [n]x - a$$

Якщо випадкова величина  $\xi$  має  $q$ -пуассонівський розподіл з параметром  $x$ , то

$$s_{m+1}(a) = xD_q s_m(a) + (x - a)s_m(a), \quad (9)$$

$$s_0(a) = 1, s_1(a) = x - a$$

Доведення теореми ґрунтується на таких співвідношеннях

$$\sum_{k=0}^n \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} x^k (1-x)_q^{n-k} = 1, \quad \sum_{k=0}^{\infty} q^{-k(k-1)/2} \frac{x^k}{[k]!} e_q(-xq^{-k}) = 1,$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} n+k-1 \\ k \end{bmatrix} q^{k(k-1)/2} \frac{x^k}{(1+x)_q^{n+k}} = 1, \quad x > 0, 0 < q < 1, n > 0,$$

**Наслідок 1.** Якщо випадкова величина  $\xi$  має  $q$ -біноміальний розподіл з параметрами  $n$  і  $x$ , то

$$s_2(a) = a^2 + [n](1 - 2a)x + [n]([n] - 1)x^2,$$

$$s_3(a) = -a^3 + (1 - 3a + 3a^2)[n]x + ([n] - 1)[n](1 + [2] - 3a)x^2 +$$

$$([n] - 1)[n]([n] - [2])x^3,$$

$$s_4(a) = x(1 - x)(1 - 3a + 3a^2)[n] + ([n] - 1)[n]((1 + [2] - 3a)[2]x +$$

$$([n] - 1)[n]([n] - [2])[3]x^2 + ([n]x - a)s_3(a),$$

**Наслідок 2.** Якщо має від'ємний  $q$ -біноміальний розподіл з параметрами  $n$  і  $x$ , то

$$s_2(a) = a^2 + [n](1 + 2a)x + [n]([n] + 1/q)x^2,$$

$$s_3(a) = -a^3 + (1 - 3a + 3a^2)[n]x + ([n]q + 1)[n](q + [2] +$$

$$3aq)q^{-2}x^2 + ([n]q + 1)[n]([n]q^2 + [2])q^{-3}x^3,$$

$$s_4(a) = x(1 + x/q)(1 - 3a + 3a^2)[n] + ([n]q + 1)[n]((q + [2] +$$

$$3aq)[2]q^{-2}x + ([n]q + 1)[n]([n]q^2 + [2])[3]q^{-5}x^2 + ([n]x - a)s_3(a),$$

**Наслідок 3.** Якщо випадкова величина  $\zeta$  має  $q$ -пуассонівський розподіл з параметром  $x$ , то

$$s_2(a) = x + (x - a)^2,$$

$$s_3(a) = -a^3 + (1 - 3a - 3a^2)x + (1 + [2] - 3a)x^2 + x^3,$$

$$s_4(a) = a^4 + (-a + 3a^2 - 4a^3 + (1 - 3a + 3a^2))x + (1 - 4a + 6a^2 -$$

$$[2]a + 1 + [2] - 3a)[2]x^2 + (1 - 4a + [2] + [3])x^3 + x^4,$$

## Література

1. Кас V., Cheung P., Quantum Calculus, Springer, New York, (2002), 112pp.
2. Charalambos A. Charalambides, Discrete  $q$ -Distributions, Wiley, New Jersey, (2016), 245 pp.

# НЕЧІТКІ КОМБІНАТОРНІ ОБ'ЄКТИ

Гуляницький Л.Ф., Рясна І.І.

*Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України*

*Abstract.* Objects which usually are considered in combinatorial optimization problems are permutations, arrangements, combinations, graphs, subsets, integer numbers and other structures which generalization is the concept of a combinatorial object. Approach to determination of the concept “fuzzy combinatorial object” is offered, which allows formalizing both the known and new classes of fuzzy combinatorial optimization problems. The offered approach has quite general character and allows to develop the constructive approach to creation of fuzzy objects in combinatorial spaces.

Питанням формалізації та розв'язання задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах присвячено багато робіт, наприклад [1–5]. Базуючись на ідеях, запропонованих в [6, 7] для чітких задач комбінаторної оптимізації, пропонується підхід до визначення поняття нечітких комбінаторних об'єктів.

Нехай задано множину  $Y = \{1, \dots, m\}$ , яку називатимемо нумеруючою множиною, множину  $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ , яку назвемо твірною множиною. Множину  $Z$  розглядаємо як лінійно упорядковану:  $z_1 < z_2 < \dots < z_n$ .

Позначимо  $X$  – базову множину, яка породжується, на основі твірної множини, та  $\varphi: Y \rightarrow X$  – відображення, що задовольняє деякій системі обмежень  $\Omega$ .

**Означення 1.** Комбінаторним об'єктом називається кортеж  $K = \langle \varphi, X, \Omega \rangle$ .

**Означення 2.** Комбінаторними об'єктами 1-го порядку називаються такі комбінаторні об'єкти, у яких базова множина співпадає з твірною:  $K_{(1)} = \langle \varphi, X_{(1)}, \Omega \rangle$ , де  $X_{(1)} \equiv Z$ .

**Означення 3.** Комбінаторними об'єктами  $r$ -го порядку ( $r > 1$ ) називаються комбінаторні об'єкти

$$K_{(r)} = \langle \varphi, X_{(r)}, \Omega \rangle,$$

де  $X_{(r)} = X_{(r-1)} \cup Z^r$ ,  $\varphi: Y \rightarrow X_{(r)}$ .

Для формалізації поняття нечіткий комбінаторний об'єкт дамо такі означення [8, 9].

**Означення 4.** Нечіткою твірною множиною назвемо нечітку множину  $\underline{Z}$ , яка задається відображенням  $\mu_{\underline{Z}}: Z \rightarrow M$ , де  $M$  – множина належностей,  $Z$  – твірна множина.

**Означення 5.** Лінійно упорядкованою нечіткою твірною множиною назвемо нечітку множину  $\underline{Z} = (z_i)_{i=1}^n$ , де  $z_i = (z_i, \mu_{\underline{Z}}(z_i))$ ,  $z_i \in Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ ,  $i < j \Leftrightarrow z_i < z_j$ ,  $z_i < z_j \Rightarrow \underline{z}_i < \underline{z}_j$ ,  $i, j \in \{1, \dots, n\}$ ,  $\mu_{\underline{Z}}: Z \rightarrow M$ ,  $M$  – задана множина належностей.

**Означення 6.** Нечітким комбінаторним об'єктом назвемо кортеж

$$\underline{K} = \langle Y, \varphi, X, \Omega \rangle,$$

такий, що хоча б один з його елементів  $\varphi$ ,  $X$  або  $\Omega$  є нечітким.

Зауважимо, що нечіткість множини  $\varphi(Y)$  може породжуватися на базі нечіткості будь-якого з елементів  $\varphi$ ,  $X$ ,  $\Omega$  кортежу  $\underline{K}$ .

**Означення 7.** Нечіткими комбінаторними об'єктами 1-го порядку першого типу назвемо такі комбінаторні об'єкти, у яких базова множина співпадає із нечіткою твірною множиною:

$$\underline{K}_{(1)}^1 = \langle Y, \varphi, \underline{X}_{(1)}, \Omega \rangle,$$

де  $\underline{X}_{(1)} \equiv \underline{Z}$ ,  $\underline{Z} = (z_i)_{i=1}^n$ ,  $\varphi: Y \rightarrow \underline{X}_{(1)}$ ,  $Y = \{1, \dots, m\}$ .

**Означення 8.** Нечіткими комбінаторними об'єктами 1-го порядку другого типу назвемо такі комбінаторні об'єкти, у яких відображення  $\varphi$  є нечітким, а базова множина співпадає з (чіткою) твірною множиною:

$$\underline{K}_{(1)}^2 = \langle Y, \varphi, X_{(1)}, \Omega \rangle,$$

де  $\underline{\varphi}: Y \rightarrow X_{(1)}$ ,  $\underline{\varphi}(j) = (\varphi(j), v_j)$ ,  $X_{(1)} \equiv Z$ ,  $j \in Y$ ,  $v_j \in M$ ,  $M$  – множина належностей.

**Означення 9.** Нечіткими комбінаторними об'єктами 1-го порядку третього типу назвемо такі комбінаторні об'єкти, у яких відображення  $\underline{\varphi}$  є нечітким, а базова множина співпадає із нечіткою твірною множиною:

$$\underline{K}_{(1)}^3 = \langle Y, \underline{\varphi}, \underline{X}_{(1)}, \Omega \rangle,$$

де  $\underline{\varphi}: Y \rightarrow \underline{X}_{(1)}$ ,  $\underline{\varphi}(j) = (\varphi(j), v_j)$ ,  $\underline{X}_{(1)} \equiv \underline{Z}$ ,  $j \in Y$ ,  $v_j \in M_1$ ,

$M_1$  – множина належностей.

**Означення 10.** Нечітким комбінаторним об'єктом  $r$ -го порядку ( $r > 1$ ) назвемо кортеж

$$\underline{K}_{(r)} = \langle Y, \varphi, X_{(r)}, \Omega \rangle,$$

де  $X_{(r)} = X_{(r-1)} \cup Z^r$ , причому хоча б один з елементів кортежу  $\varphi$ ,  $X_{(r)}$  або  $\Omega$  має бути нечітким.

Конкретизуючи вид базової множини можна породжувати різні комбінаторні об'єкти [10, 11], що дозволяє формалізувати як відомі, так і нові класи задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах.

Запропонований підхід дозволяє провести класифікацію нечітких комбінаторних об'єктів, а також ввести такі нечіткі комбінаторні об'єкти, як нечіткі розміщення, нечіткі сполучення, нечіткі перестановки, нечіткі графи, нечіткі розміщення нечітких елементів тощо.

## Література

1. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. К.: Видавничий Дім «Слово», 2006. 816 с.
2. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 208 с.



3. Парасюк И. Н., Каспшицкая М. Ф. Размытый алгоритм метода вектора спада для решения оптимизационных задач на выборках. *Компьютерная математика*. Киев: Ин-т кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины, 2009. Вып. 1. С. 152–163.
4. Ємець Є. М., Ємець О.О. Нечіткі комбінаторні розміщення. Теорія прийняття рішень: III Міжн. школа-семінар, 2–7 жовтня 2006р.: праці школи-семінару. Ужгород, 2006.
5. Yamakami T. The World of Combinatorial Fuzzy Problems and the Efficiency of Fuzzy Approximation Algorithms. Proceedings of the 15th International Symposium on Advanced Intelligent Systems (ISIS 2014), December 3–6, 2014, IEEE, 2014. P. 29–35.
6. Гуляницький Л.Ф. До формалізації та класифікації задач комбінаторної оптимізації. *Теорія оптимальних рішень*. Київ: Ін-т кибернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2008. № 7. С. 45–49.
7. Berge C. Principes de combinatoire. Paris: Dunod, 1968. 146 p.
8. Hulianytskyi L. F., Riasna I. I. Formalization and classification of combinatorial optimization problems. In: Optimization Methods and Applications (eds. Butenko S., Pardalos P. M., Shylo V.). – Cham: Springer International Publishing AG, 2017. P. 239–250.
9. Гуляницький Л.Ф., Рясна І.І. До формалізації задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах. *Теорія оптимальних рішень*. Київ: Ін-т кибернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2016. № 15. С. 17–25.
10. Сергиенко И.В., Каспшицкая М. Ф. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации. К., Наукова думка, 1981. 288с.
11. Гуляницький Л.Ф., Мулеса О.Ю. Прикладні методи комбінаторної оптимізації. К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2016. 142 с.

# ЗАДАЧА О МАТЕМАТИЧЕСКОМ СЕЙФЕ НА ГРАФАХ. МЕТОД СУММАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

А.Л.Гурин, Г.А.Донец

*Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины*

Задача о математическом сейфе на графах впервые была упомянута в работе [1], но она не послужила поводом для более интенсивного изучения проблемы.

В данной работе предпринята попытка ликвидировать этот пробел. В ней предлагаются методы решения задач о математическом сейфе для некоторых графов. Каждому замку в сейфе соответствует определенная вершина графа.

На рисунках вершины графов будем изображать в виде кружочков. Занумеруем его вершины от 1 до  $N$ . Номера вершин указаны в кружочках. Начальное состояние замков обозначим вектором  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ .

Задача состоит в том, чтобы, исходя из данного начального состояния, сделать в каждом замке сейфа такое количество поворотов  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ , чтобы сейф перешел в состояние, в котором все  $b_i$  станут равными 0.

Каждому замку соответствует уравнение, которое представляет собой сумму неизвестных от входящих вершин для ориентированных графов, или смежных вершин для неориентированных графов. К этой сумме прибавляется количество поворотов в данном замке и его начальное состояние. В общей сумме это должно равняться нулевому состоянию по определенному модулю (числу состояний замка).

Рассмотрим математический сейф на графе, полученный последовательным склеиванием трех прямоугольников по меньшим сторонам (Рис.1). Такой граф назовем лесенкой с четырьмя ступенями.

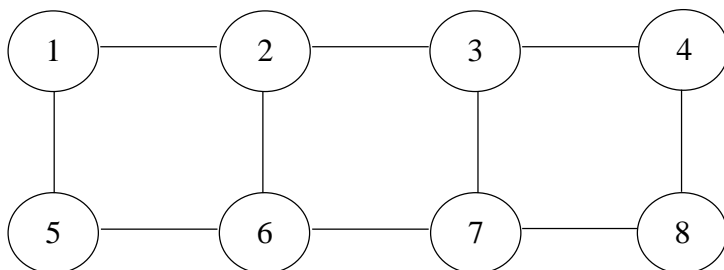


Рис. 1.

Общая система для этого сейфа будет иметь вид.

$$\left. \begin{array}{r}
 x_1 + x_2 + \cdot \quad \quad \quad x_5 \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_1 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + \cdot \quad \cdot \quad x_6 \quad \cdot \quad \equiv -b_2 \\
 \cdot \quad x_2 + x_3 + \cdot x_4 + \cdot \quad \cdot \quad x_7 \quad \equiv -b_3 \\
 \quad \quad \quad x_3 + x_4 + \cdot \quad \quad \quad x_8 \equiv -b_4 \\
 x_1 + \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad x_5 + x_6 \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_5 \\
 \cdot \quad x_2 + \cdot \quad \cdot \quad x_5 + x_6 + x_7 \quad \cdot \quad \equiv -b_6 \\
 \quad \quad \quad x_3 + \cdot \quad \cdot \quad x_6 + x_7 + x_8 \equiv -b_7 \\
 \quad \quad \quad \quad x_4 + \cdot \quad \cdot \quad x_7 + x_8 \equiv -b_8
 \end{array} \right\} \pmod{K}.$$

Для решения системы воспользуемся методом, который назовем методом суммарных представлений. Запишем  $S = \sum_{i=1}^8 x_i$ .

Сложим четвертое и шестое уравнения. В левой части получим  $S - x_1$ . Отсюда  $x_1 = S + b_4 + b_6$ . Аналогично складывая соответствующие уравнения (1-е и 7-е, 2-е и 8-е, 3-е и 5-е), получим  $x_4 = S + b_1 + b_7$ ,  $x_5 = S + b_2 + b_8$ ,  $x_8 = S + b_3 + b_5$ . Сложим

теперь все уравнения системы и добавим к ним еще 1-е, 4-е, 5-е и 8-е. В результате получим  $5S = -\sum_{i=1}^8 b_i - b_1 - b_4 - b_5 - b_8$ .

Отсюда находим  $S$ , а затем  $x_1, x_4, x_5, x_8$ . Подставляя эти значения в систему, получим остальные значения переменных.

Решение существует всегда для произвольного начального состояния сейфа, если  $K$  не кратно 5.

Перейдем к рассмотрению графов более сложной структуры. Рассмотрим математический сейф на графе, полученном путем склеивания двух лесенок с тремя ступенями по большей стороне (Рис.2).

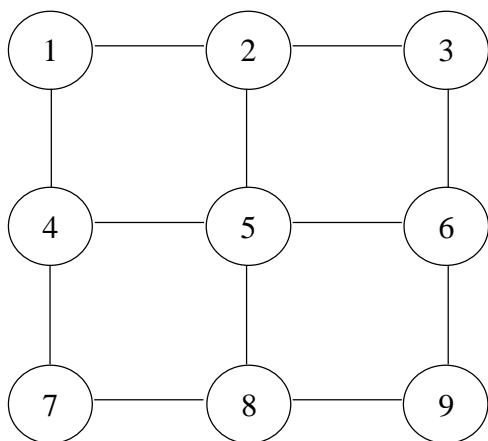


Рис. 2.

Запишем для этого сейфа общую систему.

$$\left. \begin{array}{l}
 x_1 + x_2 + \cdot \quad x_4 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_1 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + \cdot \quad x_5 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_2 \\
 \cdot \quad x_2 + x_3 + \cdot \quad \cdot \quad x_6 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_3 \\
 x_1 + \cdot \quad \cdot \quad x_4 + x_5 + \cdot \quad x_7 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_4 \\
 \quad \quad x_2 + \cdot \quad x_4 + x_5 + x_6 + \cdot \quad x_8 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_5 \\
 \cdot \quad \cdot \quad x_3 + \cdot \quad x_5 + x_6 + \cdot \quad \cdot \quad x_9 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_6 \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad x_4 + \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad x_7 + x_8 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \equiv -b_7 \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad x_5 + \cdot \quad \cdot \quad x_7 + x_8 + x_9 \equiv -b_8 \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad x_6 + \cdot \quad x_8 + x_9 \equiv -b_9
 \end{array} \right\} \pmod{K}.$$

Снова воспользуемся методом суммарных представлений, где  $S = \sum_{i=1}^9 x_i$ . Сложим первое, третье и восьмое уравнения. В левой части получим  $S + x_2$ . Отсюда  $x_2 = -(S + b_1 + b_3 + b_8)$ . Аналогично складывая соответствующие уравнения (1-е, 6-е и 7-е, 3-е, 4-е и 9-е, 2-е, 7-е и 9-е), получим  $x_4 = -(S + b_1 + b_6 + b_7)$ ,  $x_6 = -(S + b_3 + b_4 + b_9)$ ,  $x_8 = -(S + b_2 + b_7 + b_9)$ . Вычислим тройную сумму первого, третьего, седьмого и девятого уравнений, прибавим к ним двойную сумму второго, четвертого, шестого и восьмого уравнений, вычтем из этого пятое уравнение. В результате получим  $7S = -3(b_1 + b_3 + b_7 + b_9) - 2(b_2 + b_4 + b_6 + b_8) + b_5$ . Отсюда находим  $S$ , а затем  $x_2, x_4, x_6, x_8$ . Подставляя эти значения в систему, получим остальные значения переменных.

Решение существует всегда для произвольного начального состояния сейфа, если  $K$  не кратно 7.

**Пример 1.** Пусть  $\mathbf{b} = (1, 2, 4, 5, 7, 8, 6, 5, 5)$ ,  $K = 5$ . Найдём  $S$  из соответствующей формулы.

$$7S = -3(1+4+6+5) - 2(2+5+8+5) + 7 = -81 = (-1) \pmod{5}.$$

$$S = 2. \quad \text{Значит,} \quad x_2 = -(2+1+4+5) = -12 = (-2) \pmod{5},$$

$$x_4 = -(2+1+8+6) = -17 = (-2) \pmod{5},$$

$$x_6 = -(2+4+5+5) = -16 = (-1) \pmod{5},$$

$x_8 = -(2+2+6+5) = -15 = 0 \pmod{5}$ . Подставив эти значения в соответствующие уравнения, получим остальные значения переменных:  $x_1 = 3, x_3 = -1, x_5 = -2, x_7 = -4, x_9 = -4$ .

Проверим это решение.

$(1, 2, 4, 5, 7, 8, 6, 5, 5), x_1 = 3 \rightarrow (4, 5, 4, 8, 7, 8, 6, 5, 5), x_2 = -2 \rightarrow$   
 $\rightarrow (2, 3, 2, 8, 5, 8, 6, 5, 5), x_3 = -1 \rightarrow (2, 2, 1, 8, 5, 7, 6, 5, 5), x_4 = -2 \rightarrow$   
 $\rightarrow (0, 2, 1, 6, 3, 7, 4, 5, 5), x_5 = -2 \rightarrow (0, 0, 1, 4, 1, 5, 4, 3, 5), x_6 = -1 \rightarrow$   
 $\rightarrow (0, 0, 0, 4, 0, 4, 4, 3, 4), x_7 = -4 \rightarrow (0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, -1, 4), x_9 = -4 \rightarrow$   
 $\rightarrow (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \pmod{5}$ .

Рассмотрим математический сейф на графе, полученном путем склеивания двух лесенок по большей стороне (Рис.3).

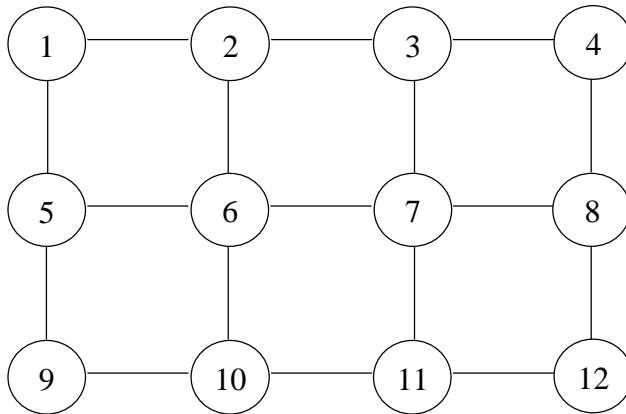


Рис.3.

Запишем для этого сейфа общую систему.

$$\left. \begin{array}{l}
 x_1 + x_2 + \dots + x_5 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_1 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_6 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_2 \\
 \dots + x_2 + x_3 + x_4 \dots + x_7 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_3 \\
 \dots + x_3 + x_4 + \dots + x_8 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_4 \\
 x_1 + \dots + x_5 + x_6 + \dots + x_9 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_5 \\
 \dots + x_2 + \dots + x_5 + x_6 + x_7 + \dots + x_{10} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_6 \\
 \dots + x_3 + \dots + x_6 + x_7 + x_8 + \dots + x_{11} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_7 \\
 \dots + x_4 + \dots + x_7 + x_8 + \dots + x_{12} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_8 \\
 \dots + x_5 + \dots + x_9 + x_{10} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_9 \\
 \dots + x_6 + \dots + x_9 + x_{10} + x_{11} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_{10} \\
 \dots + x_7 + \dots + x_{10} + x_{11} + x_{12} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_{11} \\
 \dots + x_8 + \dots + x_{11} + x_{12} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \equiv -b_{12}
 \end{array} \right\} \pmod{K}.$$

Снова воспользуемся методом суммарных представлений, где  $S = \sum_{i=1}^{12} x_i$ . Сложим четвертое, пятое и одиннадцатое уравнения. В левой части получим  $S - x_2$ . Отсюда  $x_2 = S + b_4 + b_5 + b_{11}$ . Аналогично складывая соответствующие уравнения (1-е, 8-е и 10-е, 3-е, 5-е и 12-е, 2-е, 8-е и 9-е), получим  $x_3 = S + b_1 + b_8 + b_{10}$ ,  $x_{10} = S + b_3 + b_5 + b_{12}$ ,  $x_{11} = S + b_2 + b_8 + b_9$ . Сложим все уравнения, кроме шестого и седьмого. Получим соотношение  $3S = -(\sum_{i=1}^5 b_i + \sum_{i=8}^{12} b_i)$ . Отсюда находим  $S$ , а затем  $x_2, x_3, x_{10}, x_{11}$ .

Вычитая из первого уравнения второе, получим  $x_5 - x_3 - x_6 = b_2 - b_1$ . Вычитая из четвертого уравнения третье, получим  $x_8 - x_7 - x_2 = b_3 - b_4$ . Сложим эти результаты, затем прибавим к ним два шестых уравнения

и вычтем седьмое. В результате получим  $x_2 - 2x_3 + 3x_5 + 2x_{10} - x_{11} = -b_1 + b_2 + b_3 - b_4 - 2b_6 + b_7$ . Отсюда находим значение  $x_5$ , что вместе с известными четырьмя переменными становится достаточным для последовательного определения значений остальных переменных.

**Пример 2.** Пусть  $b = (2, 2, 4, 5, 7, 8, 6, 5, 5, 3, 2, 1)$ ,  $K = 5$ . Найдем  $S$  из соответствующей формулы.  $3S = -(2 + 2 + 4 + 5 + 7 + 5 + 5 + 3 + 2 + 1) = -36$ . Значит  $S = 3(\text{mod}5)$ . Тогда

$$\begin{aligned} x_2 &= 2(\text{mod}5), & x_3 &= 3(\text{mod}5), & x_{10} &= 0(\text{mod}5), & x_{11} &= 0(\text{mod}5), \\ x_5 &= 1(\text{mod}5). & \text{Из системы получим} & & x_1 &= 0(\text{mod}5), \\ x_9 &= (-1)(\text{mod}5), & x_6 &= (-2)(\text{mod}5), & x_7 &= 1(\text{mod}5), \\ x_8 &= 2(\text{mod}5), & x_4 &= 0(\text{mod}5), & x_{12} &= (-3)(\text{mod}5). \end{aligned}$$

Проверим это решение.

$$\begin{aligned} (2, 2, 4, 5, 7, 8, 6, 5, 5, 3, 2, 1), & \quad x_2 = 2 \rightarrow (4, 4, 6, 5, 7, 10, 6, 5, 5, 3, 2, 1), \\ x_3 = 3 \rightarrow (4, 7, 9, 8, 7, 10, 9, 5, 5, 3, 2, 1), & \quad x_5 = 1 \rightarrow (0, 7, 9, 8, 8, 11, 9, 5, 6, 3, 2, 1), \\ x_6 = -2 \rightarrow (0, 0, 9, 8, 6, 9, 7, 5, 6, 1, 2, 1), & \quad x_7 = 1 \rightarrow (0, 0, 0, 8, 6, 0, 8, 6, 6, 1, 3, 1), \\ x_8 = 2 \rightarrow (0, 0, 0, 0, 6, 0, 0, 8, 6, 1, 3, 3), & \quad x_9 = -1 \rightarrow (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 3, 3), \\ x_{12} = -3 \rightarrow (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & \quad (\text{mod}5). \end{aligned}$$

Такой метод может оказать существенную помощь для решения задач о математических сейфах на графах более сложной структуры.

## Литература

1. Донец Г.А., Чжан Бинь. Задачи о математическом сейфе на графах // Кибернетика и системный анализ. – 2006. - № 5. – С. 84-93.



# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УСЛОВНЫХ РАЗРЕШЕНИЙ ДИСПЕТЧЕРА АДВ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ «ДИСПЕТЧЕР TOWER»

Джума Л.Н., Лавриненко А.С.

*Летная академия Национального авиационного университета*

## USING OF ATC TOWER CONDITIONAL CLEARANCES IN THE INTELLECTUAL TRAINING SYSTEM "ATC TOWER"

*Аннотация.* В тезисах описана процедура проверки эффективности управления воздушным движением в интеллектуальной обучающей системы «Диспетчер Tower» за счет использования условных диспетчерских разрешений. Представлены основные составляющие условных разрешений, требуемые условия, а также факты и правила интенсимальной и экстенсимальной частей базы знаний системы.

*Abstract.* The theses represent the procedure of efficiency assessment of air traffic control in the intellectual training system "ATC Tower" by using ATC conditional clearances. The basic components of conditional clearances, the required conditions, as well as the facts and rules of the intentional and extensional parts of the system knowledge base are represented.

Современные тенденции подготовки высококвалифицированных специалистов практически во всех сферах человеческой деятельности и в авиационной в частности, все в большей степени сводятся к самостоятельной работе субъекта обучения. Интеллектуальная обучающая система «Диспетчер Tower», разрабатываемая на кафедре информационных технологий Летной академии НАУ, нацелена на обеспечение такой возможности при подготовке диспетчера аэродромной диспетчерской вышки (АДВ) Tower.

В спецификации выдвинуты следующие требования к интеллектуальной обучающей системе «Диспетчер Tower»:

1. Возможность работы в режимах демонстрации, обучения, контроля, в которых предусматривается соответственно:
  - демонстрация этапов процесса принятия решений при выдаче разрешений на взлет-посадку;

- вывод специальных сообщений-подсказок, оказывающих помощь обучающемуся в принятии необходимых решений;
- диалог между обучающимся и системой, предоставляющий возможность ввода самостоятельно принятых решений;
- оценивание действий обучающегося с точки зрения количественных и качественных параметров сформированного им решения.

2. Отображение монитора метеорологических данных максимально приближенного к реальному. Данные изменяются в процессе работы системы.

3. Наличие модели аэродрома, которая воссоздает движение воздушных судов по рабочей площади аэродрома.

Анализ методик оценивания практических навыков по ОВД показал, что действующих диспетчеров в Украине оценивают эксперты учебно-сертификационного центра или эксперты местной квалификационной комиссии Украэроруха по следующим элементам (технологическим операциям) проверки:

- прием дежурства и подготовка рабочего места;
- знание метеорологических условий и относительного расположения воздушных судов (ВС) в зоне ответственности;
- соблюдение правил и процедур ОВД в соответствии с рабочей инструкцией органа ОВД;
- использование радиотехнических средств и средств связи;
- соблюдение правил ведения радиотелефонной связи и фразеологии радиообмена;
- ведение установленной документации (согласно рабочей инструкции органов ОВД);
- действия при возникновении непредвиденных обстоятельств, особых случаев в полете и др.

Следовательно, правильность и своевременность выполнения диспетчером АДВ технологических операций (процедур) обуславливает обеспечение безопасности полетов в зоне ответственности и эффективность использования как воздушного пространства, так и взлетно-посадочной полосы.

Одним из методов эффективного управления воздушным движением является использование условных разрешений, которые позволяют сократить количество сеансов радиообмена между диспетчером и экипажем воздушного судна и, как следствие, снизить время загрузки радиозвонка. Процедура выдачи условных разрешений в районе аэродромного обслуживания предполагает заблаговременное разрешение на занятие исполнительного старта при выполнении конкретных условий, а именно: *"ЗА ВЫПОЛНЯЮЩИМ ПОСАДКУ БОРТОМ"* или *"ПОСЛЕ ВЫЛЕТАЮЩЕГО БОРТА"*.

Условное разрешение во всех случаях состоит из:

- опознавательного индекса воздушного судна;
- условий;
- разрешения;
- короткого повторения условий.

Фразеология радиообмена при выдаче условного разрешения диспетчером АДВ на занятие исполнительного старта за воздушным судном, выполняющим посадку, имеет следующий вид: *"SAS941, ЗА DC9 НА КОРОТКОЙ ПРЯМОЙ, ЗАНИМАЙТЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ПОЛОСЫ 02 ЗА БОРТОМ"* (*SAS 941, BEHIND DC9 ON SHORT FINAL, LINE UP RUNWAY 02 BEHIND*).

Главные условия для выдачи данного разрешения диспетчером АДВ:

- диспетчер визуально наблюдает оба воздушных судна;
- имеется уверенность в том, что экипаж воздушного судна, которое вылетает, наблюдает за воздушным судном, которое прибывает;
- воздушное судно, которое указывается как условие в диспетчерском разрешении, должно пройти первым перед воздушным судном, которому выдано разрешение;
- диспетчер должен обратить внимание на четкое подтверждение условного разрешения экипажем;
- при выдаче условного разрешения на занятие исполнительного старта после посадки, следует избегать

использования рулежных дорожек, где экипаж не может полноценно мониторить торец взлетно-посадочной полосы или зону захода на посадку.

Для реализации данной процедуры в программной среде интеллектуальной обучающей системы «Диспетчер Tower» на данный момент ведется разработка интенсимальной и экстенсимальной частей базы знаний с использованием объектно-ориентированного подхода. Экстенсимальная часть содержит факты, относящиеся к предметной области, интенсимальная – правила, которыми оперируют при выборе необходимых в данный момент фактов.

К фактам, в данном случае, можно отнести:

- наличие пары воздушных судов, выполняющих «посадку-взлет» или «взлет-взлет»;
- видимость более 4000 м, что обеспечивает экипаж и диспетчера возможностью идентификации заходящего воздушного судна, при выполнении «посадки-взлета»;
- конкретные рулежные дорожки, на которых возможна реализация данной процедуры и т.д.

Интенсимальная часть состоит из перечня необходимых факторов с конкретными показателями (true/false или цифровое значение), соблюдение которых позволит оценить правильность выполнения данной технологической операции, и как следствие, обеспечит обучающегося качественной подготовкой.

# МАТРОИДЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Исаченко А.Н., Ревякин А.М.

*Белорусский государственный университет,  
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»*

## MATROIDS IN MATHEMATICAL MODELLING OF ROD SYSTEMS

*Abstract.* The authors continued to study the applications of matroids in mathematical modeling of various systems. The problems related to the rigidity of frameworks are considered. It is shown how the rigidity is related to the bases of a cyclic matroid of a specially constructed graph.

Теория матроидов, возникнув как обобщение структур из многих разделов математики, всё шире используется в приложениях. Ценность и значимость матроидного подхода заключается в удачном сочетании абстрактного аксиоматического подхода и прикладного характера её конструкций. Среди приложений теории матроидов можно указать использование матроидов в экономических задачах [1,2], задачах, связанных с анализом электрических схем, задачах поиска условий жёсткости строительных конструкций [3]. В статике условие равновесия, как правило, определяется системой дифференциальных или алгебраических уравнений. Построив для системы уравнений соответствующий матроид, можно сформулировать критерий её разрешимости.

Существенным является тот факт, что аксиоматизация матроида может проводиться на основе различных понятий [4–7], что позволяет выбрать форму задания матроида наиболее близкую к понятиям предметной области рассматриваемой задачи.

Если математическая модель задачи может быть представлена в виде матроида, то её решение возможно простым и эффективным «жадным» алгоритмом, Сложнее обстоит дело, если задача не имеет «матроидной» структуры. Тем не менее, «жадный» алгоритм можно применять для нахождения

приближенного начального решения или окончательного решения, если отклонение от точного можно оценить и оно приемлемо в практическом применении.

Если математическая модель допускает представление в виде задачи на пересечении двух матроидов, то точное решение можно получить алгоритмом, основанном на построении специального графа с рассмотрением в нем так называемых увеличивающих путей.

Рассмотрим плоскую ферму, состоящую из жёстких стержней и соединяющих их шарниров, решётка которой состоит из одинаковых в каждом горизонтальном ряду прямоугольников. Для того, чтобы ферма была геометрически неизменяемой (жёсткой), необходимо добавить по одному диагональному стержню в некоторые прямоугольники решётки. Необходимое и достаточное условие для того чтобы добавленные стержни придали ферме жёсткость даёт теорема Болкера – Крапо [3].

**Теорема.** Пусть ферма имеет  $m$  строк и  $n$  столбцов. Определим двудольный граф  $G=(V,E)$ , вершины которого соответствуют строкам (первая доля) и столбцам (вторая доля)  $V=\{v_1, \dots, v_m, w_1, \dots, w_n\}$ , а рёбра  $(v_i, w_j)$  соответствуют тем прямоугольникам решётки, в которых располагаются диагональные стержни. Ферма является жёсткой тогда и только тогда, когда граф  $G$  является связным.

**Следствие.** Минимальное множество диагональных стержней, придающее жёсткость ферме с прямоугольной решёткой с  $m$  строками и  $n$  столбцами, содержит  $m+n-1$  стержней и соответствует остовному дереву графа  $G$ .

Если каждому прямоугольнику решётки присвоен некоторый вес  $c_{ij} \geq 0$ , характеризующий затраты на установку диагонального стержня, то получим задачу определения минимального по суммарному весу множества стержней, придающих ферме жёсткость. Или, если интерпретировать вес как эффективность диагонального стержня, задачу определения максимального по весу множества из  $m+n-1$  стержней, придающих ферме жёсткость.

Введём булевы переменные  $x_{ij}$ , равные единице, если в прямоугольнике  $(i,j)$  устанавливается диагональный стержень и равные ноль в противном случае. Тогда задачу можно сформулировать в виде задачи булевого линейного программирования

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min (\max)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = m + n - 1, \sum_{i=1}^m x_{ij} \geq 1, j = \overline{1, n}, \sum_{j=1}^n x_{ij} \geq 1, i = \overline{1, m},$$

$$\sum_{i \in A} \sum_{j \in B} x_{ij} \leq 2|A| - 1, \forall A \subseteq \{1, \dots, m\}, \forall B \subseteq \{1, \dots, n\},$$

$$\min \{m, n\} \geq |A| = |B| \geq 2,$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

Указанные ограничения задачи гарантируют, что матрица переменных  $X = \|x_{ij}\|_{m \times n}$  соответствует остовному дереву графа  $G$ . Число ограничений является экспоненциальным от  $\min\{m, n\}$ , что значительно усложняет построение всей система ограничений.

В то же время, все остовные деревья любого графа  $G$  образуют семейство баз  $\beta$  матроида  $M = (E, \beta)$  на множестве рёбер  $E$  и удовлетворяют аксиоме [2]

B1) если  $B_1, B_2 \in \beta$  и  $x \in B_1 \setminus B_2$ , то существует  $y \in B_2 \setminus B_1$  для которого  $(B_1 \cup y) \setminus x \in \beta$ .

Следовательно, решение задачи можно найти за время  $O(mn \log(mn))$  “жадным” алгоритмом на полном двудольном графе  $G = (V, E)$ , ребрам  $(v_i, w_j) \in E$  которого приписаны веса  $c_{ij}$  соответствующих прямоугольников решётки.

Шаг 1.  $I_0 = \emptyset$  ( $I_k$  - текущее множество алгоритма),  $k=0$ .

Шаг 2. Упорядочиваем рёбра  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{nm}\}$  по убыванию (по не возрастанию) их весов. Пусть, не нарушая общности,  $c(e_1) \leq c(e_2) \leq \dots \leq c(e_{nm})$  ( $c(e_1) \geq c(e_2) \geq \dots \geq c(e_{nm})$ ).

Шаг 3. Полагаем

$$I_{k+1} = \begin{cases} I_k \cup e_{k+1}, & \text{если } I_k \cup e_{k+1} \text{ не образует цикл,} \\ I_k, & \text{если } I_k \cup e_{k+1} \text{ содержит цикл.} \end{cases}$$

Шаг 4. Если  $k+1=m+n-1$ , то стоп, в противном случае возвращаемся к шагу 3, приняв  $k:=k+1$ .

Если диагональные стержни разрешается ставить только в определённых прямоугольниках решётки, то в алгоритме используется множество рёбер соответствующее этим прямоугольникам. В этом случае решение может и не существовать, множество стержней, придающее ферме жёсткость, может отсутствовать.

Представляет интерес исследование задачи жёсткости трёхмерной  $n \times m \times k$  фермы, состоящей из кубов, при условии, что добавления стержней возможно только в грани кубов и при условии возможного добавления как в грани, так и в диагональные позиции.

## Литература

1. Исаченко А.Н., Ревякин А.М. Матроиды в математическом моделировании экономических систем // Экономические и социально-гуманитарные исследования. – М.: МИЭТ, 2015. № 1 (5). – С. 13–18.
2. Исаченко А.Н., Ревякин А.М. Матроиды и сильная связность орграфов в математическом моделировании экономических систем. // Экономические и социально-гуманитарные исследования. – М.: 2018. № 4 (20). – С. 36–40.
3. Recski A. Matroid theory and its applications in electric network theory and in statics.– Budapest: Akad. Kiado, 1989. – 531 с.
4. Исаченко А.Н. Полиномиальная сводимость матроидных оракулов // Известия АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1984. – № 6. – С. 33–36.
5. Исаченко А.Н., Ревякин А.М. О сводимость матроидных оракулов // Вестник МГАДА. – М.: МГАДА, 2011. – №3 (9). – С. 117–121.



6. Исаченко А.Н., Исаченко Я.А. Периметр матроида и задача коммивояжера на матроиде // XI Белорусская математическая конференция: Тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 5 – 9 ноября 2012 г. – Часть 4. – Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2012. – С. 87–88.

7. Revyakin A.M. Matroids. //J. Math. Sci., 2002, V.108, № 1. – С. 71–130.

## ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МАТРОИДЫ

Исаченко А.Н., Ревякин А.М.

*Белорусский государственный университет,*

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ»*

## ORIENTED MATROIDS

*Abstract.* The paper provides an overview of results on matrix representations of oriented matroids. Examples of oriented matroids that are neither graphical nor cographic are given. Provided application oriented matroids for simple electrical circuits.

Основные определения и обозначения, используемые в работе можно найти в [1–3].

Матроидом  $M = (S, I)$  на множестве  $S$  называется система  $I$  подмножеств конечного множества  $S$ , если выполняются следующие условия: а)  $\emptyset \in I$ ; б) если  $A$  – подмножество  $B$  и  $B \in I$ , то  $A \in I$ ; в) если  $A, B \in I$  и  $|A| > |B|$ , то найдется  $a \in A \setminus B$  такой, что  $B \cup \{a\} \in I$ .

Элементы семейства  $I$  называют независимыми множествами матроида  $M$ . Подмножество  $A$  множества  $S$  – зависимо, если  $A$  не принадлежит семейству  $I$ . Максимальные по включению независимые множества называют базами, а минимальные по включению зависимые подмножества – циклами матроида  $M$ . Ранговой функцией называется такая целочисленная функция  $r(A)$ , определенная для всех

подмножеств  $A$  множества  $S$ , что  $r(A) = \max\{|X| : X \text{ — подмножество множества } A \text{ и } X \in I\}$ .

Приведем некоторые криптоморфные определения матроида.

Пара  $M = (S, B)$ , где  $B$  — семейство подмножеств (баз) из  $S$ , образует матроид, если: а) никакое собственное подмножество базы не является базой; б) если  $B_1, B_2 \in B$  и  $x \in B_1$ , то  $(B_1 \setminus \{x\}) \cup \{y\} \in B$  для некоторого  $y \in B_2$ .

Пара  $M = (S, C)$ , где  $C$  — семейство подмножеств (циклов) из  $S$  — матроид, если: а) никакое собственное подмножество цикла не является циклом; б) если  $C_1, C_2 \in C$ ,  $C_1 \neq C_2$  и  $x \in C_1 \cap C_2$ , то найдется цикл  $C_3 \in C$  такой, что  $C_3$  содержится в  $(C_1 \cup C_2) \setminus \{x\}$ .

Можно доказать, что  $B^*(M) = \{S \setminus A : A \in B\}$  — множество баз некоторого матроида  $M^*$  на множестве  $S$ . Матроид  $M^*$  называют двойственным к  $M$ . Заметим, что  $M^{**} = M$  и для любого подмножества  $A$  множества  $S$  имеет место соотношение  $r^*(A) = |A| + r(S \setminus A) - r(S)$ , где  $r$  и  $r^*$  — ранговые функции  $M$  и  $M^*$ .

*Примеры матроидов.*

1). Пусть  $S$  —  $n$ -элементное множество,  $k$  — некоторое целое такое, что  $1 \leq k \leq n$  и  $I = \{A \in 2^S : |A| \leq k\}$ . Матроид  $(S, I)$  называется однородным и обозначается через  $U_{k,n}$ .

2). Пусть  $S$  — конечное подмножество векторов линейного пространства  $L$  над полем  $F$  и  $A \in 2^S$ . Скажем, что  $A \in I$ , если  $A$  линейно независимое множество векторов из  $L$ . Матроид  $(S, I)$  называется векторным матроидом над полем  $F$ .

3). Пусть  $G$  — простой граф с множествами вершин  $V$  и ребер  $E$ . Тогда семейство всех циклов графа  $G$  является множеством всех циклов некоторого матроида  $M(G)$  на множестве  $E$ ,

называемого циклическим матроидом графа  $G$ . Матроид  $M$  называется графическим, если существует граф  $G$ , циклический матроид которого изоморфен  $M$ .

4). Семейство всех минимальных (по включению) разрезов графа  $G$  является в точности семейством циклов некоторого матроида  $M^*(G)$  на  $E$ . Матроид  $M^*(G)$  называется матроидом разрезов графа  $G$ . Матроид  $M$  называется кографическим, если существует граф  $G$ , матроид разрезов  $M^*(G)$  которого изоморфен  $M$ .

5). Пусть  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B$  – семейство, состоящее из всех подмножеств множества  $S$ , содержащих 3 элемента, за исключением подмножеств  $\{1, 2, 3\}, \{1, 4, 7\}, \{1, 5, 6\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 4, 5\}$  и  $\{3, 6, 7\}$ . Тогда матроид  $\Phi$  с семейством баз  $B$  на множестве  $S$  называется матроидом Фано. Матроид Фано  $\Phi$  имеет 7 точек (элементы множества  $S$ ) и 7 прямых:  $\{1, 2, 3\}, \{1, 4, 7\}, \{1, 5, 6\}, \{3, 6, 7\}, \{3, 4, 5\}, \{2, 4, 6\}$ . Матроид, получаемый из матроида Фано  $\Phi$  заменой прямой  $\{2, 4, 6\}$  на три тривиальные прямые  $\{2, 4\}, \{2, 6\}$  и  $\{4, 6\}$ , будем обозначать через  $\Phi^-$ .

6). Матроид на шести элементах, базами которого являются все трехэлементные подмножества, кроме одной фиксированной тройки, будем обозначать через  $P_6$ .

Пусть  $I$  – семейство всех независимых множеств матроида  $M$  на множестве  $S$ , а  $B \in 2^S$ . Обозначим через  $I(M|B)$  множество  $\{X : X \in 2^B, X \in I\}$ , а через  $I(M.B)$  – семейство подмножеств  $Y$  из  $S \setminus B$  в  $M$  такое, что  $X \cup Y \in I$ . Матроид  $M|B = (B, I(M|B))$  называют сужением  $M$  на подмножество  $B$ , а матроид  $M.B = (B, I(M.B))$  – сжатием  $M$  на  $B$ . Пусть  $A \in 2^S$ . Часто сужение  $M|(S \setminus A)$  матроида  $M$  на множестве  $S$  обозначают через  $M - A$ , а сжатие  $M.(S \setminus A)$  – через  $M/A$  и говорят, что  $M - A$  получен из  $M$  исключением подмножества

$A$ , а  $M/A$  – сжатием подмножества  $A$ . Произвольная последовательность сжатий и исключений  $M$  называется минором.

Матроид  $M$  на множестве  $S$  называется представимым над полем  $F$ , если существует линейное пространство  $V$  над полем  $F$  и отображение  $\varphi: S \rightarrow M$ , при котором  $A \in 2^S$  независимо в  $M$  тогда и только тогда, когда  $\varphi|_A$  взаимно однозначно и  $\varphi(A)$  – линейно независимое множество векторов в  $V$ . При этом отображение  $\varphi$  называется координатизацией матроида над полем  $F$ .

Пусть  $\text{GF}(q)$  – конечное поле характеристики  $q$ . Матроид, представимый над полем  $\text{GF}(2)$  или  $\text{GF}(3)$ , называется бинарным или тернарным соответственно. Матроиды, представимые над каждым полем, называются унимодулярными. Известно, что матроид Фано  $\Phi$  является бинарным, но не представим ни над каким другим полем характеристики, отличной от 2. В то же время матроид  $\Phi^-$  не является бинарным матроидом, но представим над всеми полями характеристики, отличной от 2. Графический и кографические матроиды являются унимодулярными. Матроид  $P_6$  является  $F$ -представимым тогда и только тогда, когда  $|F| \geq 5$ . Матроид  $M$  на 10-элементном множестве называется *дезарговым*, если он изоморфен конфигурации Дезарга. Если в матроиде Дезарга одну из прямых заменить тремя тривиальными прямыми, то полученный матроид («не-дезаргов» матроид) не будет линейным. Очевидно, «не-дезаргов» матроид не представим ни над каким полем  $F$ , а конфигурации типа дезарговых представимы над любым полем  $F$ .

Представимые матроиды на конечных множествах удобно описывать с помощью матриц. Пусть  $M$  – матроид на  $S$ , представимый над полем  $F$ ,  $|S|=n$  и  $\varphi: S \rightarrow V$  – его координатизация над полем  $F$ . Тогда  $(k \times n)$ -матрица  $A$  с коэффициентами из поля  $F$ , столбцами которой являются

векторы  $\varphi(p)$ , где  $p \in S$ , называется матрицей координатизации  $M$  над полем  $F$ . При этом  $M$  изоморфен подматроиду  $M(A)$  векторного матроида над полем  $F$ , порожденному столбцами матрицы  $A$ . Матроид  $M(A)$  называется матричным. Таким образом, матроиды, представимые над полем  $F$ , и матричные матроиды с коэффициентами из поля  $F$  охватывают один и тот же класс матроидов.

Пусть  $C$  – матрица инцидентности циклов матроида  $M$  на конечном множестве  $S$ , а  $R$  – матрица инцидентности коциклов этого же матроида. Каждой строке матрицы  $C$  соответствует цикл матроида  $M$ , а каждому столбцу – элемент множества  $S$ . Причем,  $c_{ij} = 1$ , если  $j$ -й элемент множества  $S$  принадлежит  $i$ -ому циклу. В противном случае,  $c_{ij} = 0$ . Аналогично, для матрицы  $R$ . Замена некоторых 1 на  $-1$  в матрицах  $C$  и  $R$  называется ориентацией матроида  $M$ , если для «ориентированных» матриц  $C$  и  $R$ , полученных в результате замены некоторых 1 на  $-1$ , произведение матрицы  $C$  на транспонированную к матрице  $R$  равно нулевой матрице, т.е.  $CR^T = 0$ .

Следующая лемма Минти [4] используется как для определения матроидов с помощью циклов и коциклов, а также для доказательства различных свойств ориентированных матроидов.

**Лемма.** Пусть  $a, S_1, S_2$  – разбиение множества  $S$ , где  $M = (S, I)$  – матроид с семейством независимых множеств  $I$ . Тогда выполняется одно из условий:

а) существует цикл  $C$  такой, что  $a \in C$  и  $C \subseteq S_1 \cup \{a\}$ ;

б) существует коцикл  $R$  такой, что  $a \in R$  и  $R \subseteq S_2 \cup \{a\}$ ;

но не оба условия сразу.

Пусть  $B$  – база матроида  $M$  на конечном множестве  $S$  и  $a \in S \setminus B$ . Тогда существует единственный цикл  $C = C(a, B)$

такой, что  $a \in C \subseteq B \cup \{a\}$ . Цикл  $C(a, B)$  называется фундаментальным циклом элемента  $a$  относительно базы  $B$ . Аналогично, если  $B^* = S \setminus B$  и  $a \in B$ , то существует единственный коцикл  $R = R(a, B^*)$  такой, что  $a \in R \subseteq B^* \cup \{a\}$ . Коцикл  $R(a, B^*)$  называется фундаментальным коциклом элемента  $a$  относительно базы  $B$ .

Пусть  $C = (C_1 | E)$  – матрица фундаментальных циклов, а  $R = (E | R_2)$  – матрица фундаментальных коциклов матроида  $M$  на конечном множестве  $S$  относительно базы  $B$ , где  $E$  – единичные матрицы, а вектор-столбцы матриц, соответствующие элементам базы  $B$  и кобазы  $B^*$ , отличаются подстрочными индексами.

Матрицы такого вида называются стандартным представлением матроида  $M$  относительно базы  $B$ . Заметим, что для матриц фундаментальных циклов и коциклов ориентированного матроида  $M$  имеет место соотношение  $C_1 = -R_2^T$ . Если  $(E | A)$  – стандартное представление матроида  $M$ , то  $(-A^T | E)$  – стандартное представление двойственного матроида  $M^*$  на том же конечном множестве.

Рассмотрим граф  $G$ . Присвоим произвольным образом ориентацию ребрам графа  $G$ , получив в результате орграф  $G_1$ . Тогда усеченная матрица инцидентности графа  $G_1$  является представлением циклического матроида  $M(G)$  над произвольным полем  $F$ .

Легко видеть, что ориентированный матроид должен быть бинарным.

Ориентируемый матроид имеет линейные представления над всеми полями.

Матроид  $M$  является ориентируемым тогда и только тогда, и когда двойственный матроид  $M^*$  – ориентируем.

Миноры ориентируемых матроидов являются ориентируемыми.

Прямая сумма ориентируемых матроидов является ориентируемым матроидом.

Очевидно, что циклический и коциклический матроиды любого графа ориентируемы.

Поскольку прямая сумма  $M_1 + M_2$  двух матроидов является графическим (соответственно, кографическим) матроидом в том и только в том случае, когда оба матроида  $M_1$  и  $M_2$  являются одновременно графическими (соответственно, кографическими). Легко привести пример ориентированного матроида, который не является ни графическим, ни кографическим. Матроид Фано является бинарным, но не ориентируем. Ориентированные матроиды часто называют «регулярными» [5,6].

Татт [5] получил следующую характеристику регулярных (ориентированных) матроидов.

**Теорема 1.** Бинарный матроид является регулярным тогда и только тогда, когда не содержит в качестве миноров ни матроид Фано, ни ему двойственный.

Пусть 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad - \text{ стандартная}$$

матрица представления матроида  $R_{10}$  над полем  $GF(2)$ .

Матроид, двойственный к  $R_{10}$ , совпадает с  $R_{10}$ . Кроме того, все миноры  $R_{10}$  являются либо графическими, либо кографическими, в то время, как сам  $R_{10}$  таковым не является.

Исключение произвольного элемента из  $R_{10}$  ведет к образованию матроида, изоморфного циклическому матроиду

полного двудольного графа  $K_{3,3}$ . Кроме того,  $R_{10}$  является ориентированным, самодвойственным матроидом. Матроид  $M$  называется самодвойственным, если он изоморфен двойственному матроиду  $M^*$ . Например, самодвойственными являются циклический матроид полного графа  $K_4$ , матроиды  $U_{3,6}$  и  $P_6$ .

Самодвойственный матроид  $P_8$  на восьми элементах с

матрицей представления 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
 над

полем  $GF(3)$  не является ориентированным матроидом.

Пусть  $A$  –  $k \times n$ -матрица с целыми коэффициентами и  $k < n$ . Матрица  $A$  называется унимодулярной, если все ее миноры равны 0, +1 или -1.

Если  $M$  – матроид на конечном множестве  $S$ , то следующие утверждения эквивалентны: а)  $M$  обладает унимодулярной матрицей представления над полем рациональных чисел; б) матроид  $M$  представим над каждым полем; в)  $M$  является как бинарным, так и тернарным матроидом; г) матроид  $M$  является бинарным и представим над некоторым полем  $F$ , характеристика которого не равна 2; д) матроид  $M$  является ориентируемым.

Пусть  $M_1$  и  $M_2$  бинарные матроиды на множествах  $S_1$  и  $S_2$  соответственно, причем  $S_1$  и  $S_2$  могут пересекаться. Определим новый бинарный матроид  $M_1 \Delta M_2$  на множестве  $S_1 \Delta S_2 = (S_1 \setminus S_2) \cup (S_2 \setminus S_1)$ , циклами которого будут все подмножества множества  $S_1 \Delta S_2$  вида  $C_1 \Delta C_2$ , где  $C_i$  – цикл матроида  $M_i$  и  $i = 1, 2$ . При этом  $M_1 \Delta M_2$  называется:

- а) 1-суммой  $M_1$  и  $M_2$ , если  $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ ;



б) 2-суммой  $M_1$  и  $M_2$ , если  $|S_1| \geq 3, |S_2| \geq 3$  и  $S_1 \cap S_2 = x$ , где  $x$  не является ни петлей, ни перешейком матроидов  $M_1$  и  $M_2$ ;

в) 3-суммой  $M_1$  и  $M_2$ , если  $|S_1| \geq 7, |S_2| \geq 7$  и  $S_1 \cap S_2 = X$ , где  $|X| = 3$ ,  $X$  – цикл каждого из  $M_1$  и  $M_2$ , в котором не содержится никакого коцикла ни из  $S_1$ , ни из  $S_2$ .

Заметим, что 1-сумма  $M_1$  и  $M_2$  является прямой суммой этих матроидов. 2-сумма – это такая склейка  $M_1$  и  $M_2$  по общему элементу  $x$  с последующим его исключением, при которой ранг  $M_1 \Delta M_2$  максимален и равен  $r(M_1) + r(M_2) - 1$ . Аналогично, 3-сумма  $M_1$  и  $M_2$  – это склейка  $M_1$  и  $M_2$  по общей прямой, при которой ранг  $M_1 \Delta M_2$  максимален и равен  $r(M_1) + r(M_2) - 2$ .

Т. Брилавский доказал, что 1-, 2- и 3-суммы унимодулярных матроидов являются унимодулярными. П. Сеймур установил, что каждый ориентированный матроид может быть получен посредством 1-, 2- и 3-сумм некоторых графических и кографических матроидов, а также матроида  $R_{10}$ .

Для электрических цепей, состоящих из резисторов и источников напряжения и тока выполняются законы Кирхгофа для токов (алгебраическая сумма токов, вытекающих из узла равна 0) и напряжений (алгебраическая сумма напряжений в любом замкнутом контуре равна 0), которые можно записать как  $RI = 0$  и  $CV = 0$ , где  $R$  – матрица разрезов,  $C$  – матрица циклов орграфа, сопоставленного электрической цепи, а  $I$  и  $V$  – вектор столбцы токов и напряжений соответственно на элементах цепи.

Пусть  $T$  – остов цепи (орграфа),  $\Phi = (\Phi_1 | E)$  – матрица фундаментальных циклов,  $K = (E | K_2)$  – матрица фундаментальных разрезов относительно остова  $T$ , где  $E$  – единичные матрицы, а вектор-столбцы матриц, соответствующие хордам и ветвям остова  $T$ , отличаются

подстрочными индексами. Тогда, в силу законов Киргофа,  $(\Phi_1 | E)(I_1 | I_2)^T = 0$  и  $(E | K_2)(V_1 | V_2)^T = 0$ . Заметим, что  $\Phi_1 = -K_2^T I_1$ . Отсюда,  $I_2 = -\Phi_1 I_1 = K_2^T I_1$ . Аналогично,  $V_1 = K_2^T I_2$ .

Таким образом, все токи, текущие через элементы электрической цепи, можно выразить линейной комбинацией хордовых токов, а все напряжения – линейной комбинацией напряжений на ветвях цепи. Как выбрать остов  $T$  электрической цепи описано в [2,7].

Для электрических цепей, состоящих из резисторов и источников напряжения и тока [2,7,8], выполняются следующие свойства неусиления.

**Теорема 2.** Для цепи, состоящей из источников тока и напряжений, а также (линейных/нелинейных) положительных сопротивлений, величина напряжения на любом из сопротивлений не больше суммы величин напряжений на всех источниках.

**Теорема 3.** Для цепи, состоящей из источников тока и напряжений, а также (линейных/нелинейных) положительных сопротивлений, величина тока в любом сопротивлении с нулевым напряжением не больше суммы величин токов, текущих через источники.

### Литература

1. Oxley J.G. Matroid theory. – N.Y., Oxford University Press, 1992 и 2006. – 532 с.
2. Recski A. Matroid theory and its applications in electric network theory and in statics.– Budapest: Akad. Kiado, 1989. – 531 с.
3. Welsh D.J.A. Matroid theory.– London:Acad. Press, 1976.– 433 с.
4. Minty G. On the axiomatic foundations of the theories of directed linear graphs, electrical networks and network programming. // J. Math. Mech. – 1966. – 15. – С. 485–520

5. Tutte W.T. Introduction to the theory of matroids, N.Y.: Amer. Elsevier, 1971.– 84 с.
6. Revyakin A.M. Matroids. //J. Math. Sci., 2002, V.108, № 1. – С. 71–130
7. Сешу С., Рид М.Б. Линейные графы и электрические цепи.– М.: Высш. школа, 1971.– 448 с.
8. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы.– М.: Мир, 1984.– 454 с.

**ПЕРЕРАХУВАННЯ ДВОКОЛЬОРОВИХ ХОРДОВИХ  
О-ДІАГРАМ РОДУ ОДИН  
З ТРЬОМА СІРИМИ (АБО ЧОРНИМИ) ЦИКЛАМИ**

Кадубовський О.А.

*ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»*

**ENUMERATION OF 2-COLOR CHORD O-DIAGRAMS OF  
THE GENUS ONE THAT HAVE THREE GREY (OR  
BLACK) FACES UNDER ROTATION AND REFLECTION**

*Abstract.* In this paper we consider 2-color chord O-diagrams (of order  $n$ ) with three grey and  $(n-4)$  black faces under the action of (i) the rotation group (cyclic of the order  $n$ ) and of (ii) the rotation/reflection group (dihedral of the order  $2n$ ).

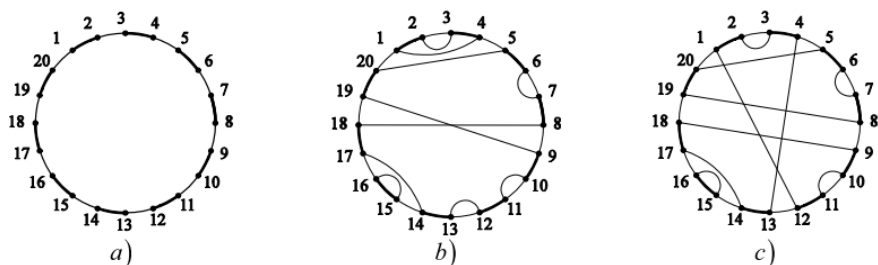
We have established explicit formulas for counting the number of non-isomorphic and non-equivalent diagrams from the specified class.

In addition, for natural  $5 \leq n \leq 20$  we have also listed the exact value of the number of non-isomorphic and non-equivalent such diagrams accordingly.

Добре відомо, що хордові діаграми ефективно використовують в багатьох галузях науки, зокрема математиці (топології, теорії вузлів), фізиці, біології, генетиці тощо (напр. [2], [3], [6], [7-8]).

**Означення 1.** Коло з  $2n$  точками на ньому (що є вершинами правильного  $2n$  – кутника), дуги якого по чергово розфарбовані у два кольори (чорний і сірий) та фіксованою

нумерацією вершин за годинниковою стрілкою, будемо називати двокольоровим  $2n$  – шаблоном – рис. 1 а).



**Рис.1.** а) – двокольоровий 20-шаблон; б) –  $N$  – діаграма (з 10 хордами), яка має 7 сірих та 3 чорних циклів; с) –  $O$  – діаграма (з 10 хордами), яка має 6 сірих та 3 чорних циклів.

2-кольоровою хордовою  $n$  – діаграмою будемо називати  $n$  – діаграму, побудовану на основі двокольорового  $2n$  – шаблону.

**Означення 2.** 2-кольорову діаграму, яка не містить (містить) хорд, що сполучають вершини з номерами однакової парності, називатимемо  $O$  – діаграмою ( $N$  – діаграмою) – рис. 1 с) (1 б)).

**Означення 3.** «Чорним» («сірим») циклом 2-кольорової  $O$  – діаграми з  $n$  хордами будемо називати послідовність хорд та чорних (сірих) дуг, які утворюють гомеоморфний образ (орієнтованого) кола – рис. 1 б), с).

**Означення 4.** Родом 2-кольорової  $O$  – діаграми з  $n$  хордами будемо називати ціле число  $g$ , яке визначається рівністю

$$2g = n + 1 - (k + l), \quad (1)$$

де  $k, l$  – число чорних та (відповідно) сірих циклів діаграми.

**Означення 5.** Множину  $O$  – діаграм з  $n$  хордами (побудованих на 2-кольоровому  $2n$  – шаблоні), які мають точно

$k$  чорних (сірих) та  $l$  сірих (відповідно чорних) циклів будемо позначати  $\mathfrak{Z}_{k;l}^{n,g}$ , де  $g$  – рід діаграми.

**Означення 6.** Хордові діаграми називають ізоморфними, якщо одну можна одержати з іншої в результаті повороту. Діаграми називають еквівалентними, якщо їх можна сумістити за допомогою повороту, дзеркального відбиття, або ж їх композиції.

У 1997 р. в роботі [1] вперше встановлено рекурентні формули, за допомогою яких є принципово можливим підрахунок числа діаграм з класу  $\mathfrak{Z}_{k;l}^{n,g}$ . Крім того, для початкових  $g = 0; 1; 2; 3$  в [1] встановлено явні формули, які пізніше також були одержані та уточнені й в [5], а в [4] – запропоновано іншу рекурентну формулу.

В загальному випадку задача про підрахунок числа нееквівалентних діаграм з класу  $\mathfrak{Z}_{k;l}^{n,g}$  є *нерозв'язаною*. Зазначена задача була повністю розв'язана для класів  $\mathfrak{Z}_{k;l}^{n,0}$  та  $\mathfrak{Z}_{1;l}^{n,g}$  лише у 2015 р. в роботах автора [7], [8]. Для класів  $\mathfrak{Z}_{k;l}^{n,1}$  та  $\mathfrak{Z}_{k;2}^{n,1}$  відповідні явні формули було одержано в роботах [9] і [10].

Розв'язанню задачі для класу  $\mathfrak{Z}_{k;3}^{n,1}$  й присвячено дану статтю.

З урахуванням, наприклад, результатів роботи [5], маємо що

$$\left| \mathfrak{Z}_{k;l}^{n,1} \right| = t(n; k; l) = \frac{1}{6} \cdot C_{n+1}^2 \cdot C_{n-1}^{k-1} \cdot C_{n-1}^{l-1}. \quad (2)$$

Використовуючи лему Бернсайда встановлено такі твердження

**Теорема 1.** Число  $t^*(n)$  неізоморфних (нееквівалентних відносно дії циклічної групи порядку  $n$ ) діаграм з класу  $\mathfrak{Z}_{n-4;3}^{n,1}$  можна обчислити за формулою

$$t^*(n) = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{6} \cdot C_{n+1}^2 \cdot C_{n-1}^4 \cdot C_{n-1}^2 + \sum_{j|n, j \in \{2;3;4;6\}} \phi(j) \rho \left( n; \frac{n}{j} \right) \right), \quad (3)$$

де  $\phi(q)$  – функція Ейлера;  $\forall j \in N : \frac{n}{j} \notin N$  величини  $\rho\left(n; \frac{n}{j}\right) \equiv 0$ , а  $\forall j \in N : \frac{n}{j} \in N$  – визначаються за допомогою співвідношень

$$\rho\left(n; \frac{n}{2}\right) = 7C_n^3 + 14C_n^4, \quad \rho\left(n; \frac{n}{3}\right) = C_n^2, \quad \rho\left(n; \frac{n}{4}\right) = 2C_n^2, \quad \rho\left(n; \frac{n}{6}\right) = C_n^1. \quad (4)$$

**Теорема 2 (основна).** Число  $t^{**}(n)$  нееквівалентних (відносно дії групи дієдра порядку  $2n$ ) діаграм з класу  $\mathfrak{S}_{n-4;3}^{n,1}$  можна обчислити за формулами

$$t^{**}(n) = \frac{1}{2}(t^*(n) + s(n)), \quad (5)$$

$$s(n) = \begin{cases} \frac{1}{192}(n-1)(n-3)(7n^2 + 8n - 143), & n = 2m + 1 \\ \frac{1}{192}(n-2)(n-4)(7n^2 + 30n - 120), & n = 2m. \end{cases} \quad (6)$$

Таблиця 1.

Початкові значення величин  $t(n)$ ,  $t^*(n)$  та  $t^{**}(n)$

$n$	$t(n)$	$t^*(n)$	$t^{**}(n)$	$n$	$t(n)$	$t^*(n)$	$t^{**}(n)$
<b>5</b>	15	3	3	<b>13</b>	495 495	38 115	19 415
<b>6</b>	175	31	22	<b>14</b>	975 975	69 765	35 405
<b>7</b>	1 050	150	91	<b>15</b>	1 821 820	121 456	61 407
<b>8</b>	4 410	557	314	<b>16</b>	3 248 700	203 131	102 507
<b>9</b>	14 700	1 634	879	<b>17</b>	5 569 200	327 600	164 976
<b>10</b>	41 580	4 172	2 196	<b>18</b>	9 224 880	512 626	257 881
<b>11</b>	103 950	9 450	4 890	<b>19</b>	14 825 700	780 300	392 052
<b>12</b>	235 950	19 694	10 107	<b>20</b>	23 197 860	1 160 084	582 502

### Література

1. Адрианов Н. М. Аналог формулы Харера-Цагира для одноклеточных двукрашенных карт. *Функциональный анализ и его приложения*. 1997. Том 31, № 3. С. 1–9.

2. Cori R., Machi A. Maps hypermaps and their automorphisms: a survey I, II, III. *Expositiones Mathematicae*, 10 : 403–427, 429–447, 449–467, 1992.

3. Cori R., Marcus M. Counting non-isomorphic chord diagrams. *Theoretical Computer Science*. 1998. Vol. 204. P. 55–73.

4. Chapuy G. A new combinatorial identity for unicellular maps, via a direct bijective approach. *Advances in Applied Mathematics*. 2011. Vol. 47, No. 4. P. 874–893.

5. Goupil A., Schaeffer G. Factoring  $n$ -cycles and counting maps of given genus. *European Journal of Combinatorics*. 1998. Vol. 19, No. 7. P. 819–834.

6. Stoimenov A. Enumeration of chord diagrams and an upper bound for Vassiliev invariants. *Journal of Knot and its Ramifications*. 1998. Vol. 7, No. 1. P. 93–114.

7. Кадубовский А. А. О числе топологически неэквивалентных функций с одной вырожденной критической точкой типа седло на двумерной сфере, II. *Труды международного геометрического центра*. 2015. Том 8, № 1. С. 46–61.

8. Кадубовський О. А. Перерахування топологічно нееквівалентних гладких мінімальних функцій на замкнених поверхнях // Топологія відображень маловимірних многовидів : *Збірник праць Інституту математики НАН України*. 2015. Том 12, № 6. С. 105–145.

9. Кадубовський О. А., Баляса Н. П. Перерахування двокольорових хордових  $O$ -діаграм роду 1, які мають один чорний (або сірий) цикл, відносно дії циклічної та дієдральної груп. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ*. 2016. Вип. 6. С. 31–46.

10. Кадубовський О. А., Калініченко Я. В. Перерахування дво-кольорових хордових  $O$ -діаграм роду 1, які мають два чорних (або сірих) циклів, відносно дії групи дієдра. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ*. 2018. Вип. 8. С. 30–45.

# МЕТОД ЕНЕРГО-ІНФОРМАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ МЕТАМОРФІЗМУ ЕКОНОФІЗИЧНИХ МНОЖИН

Карпенко В. М.

*Національна акціонерна компанія «Нафтогаз України»*

## METHOD OF ENERGY-INFORMATION ANALYSIS OF METAMORPHISM OF ECONO-PHYSICAL QUANTITIES

*The method of energy-information analysis of metamorphism of the eco-physical sets that created a stable joint system is proposed.*

**Вступ.** У світі існують 193 еконофізичні системи (ЕФС). Системи утворені множинами, складених з дискретних об'єктів. Кожний об'єкт має одну з трьох властивостей: абстрактну - Е, активну - К, пасивну - U. Об'єкт Е не метаморфує ні в К, ні в U. Відбувається повний метаморфізм К в U при взаємодії. Повний або частковий метаморфізм U в К відбувається при повторній взаємодії об'єктів. Метаморфізми детерміновані. Вибір дискретних об'єктів для взаємодії – стохастичний.

**Проблема.** Складність формалізації ЕФС, що унеможливорює прогноз утворення, функціонування, розвитку або нестабільності, руйнування ЕФС. Приклад ЕФС наведений на рис. 1.

**Задача.** Дослідити [1] *метод енергоінформаційного аналізу* (МЕА-ЕФС) детермінованих динамічних процесів метаморфізму властивостей між дискретними об'єктами еконофізичних множин, що функціонують в заданих межах. МЕА базується на об'єднанні спільної дії фундаментальних законів фізики: збереження, зміни, переносу і упакування енергії. Названими властивостями володіє загальна - Е, кінетична- К і потенціальна - U енергії.

### Означення.

Е-квантор загальності; **Q** – об'єкт U; **F** – об'єкт К; **t**-час;

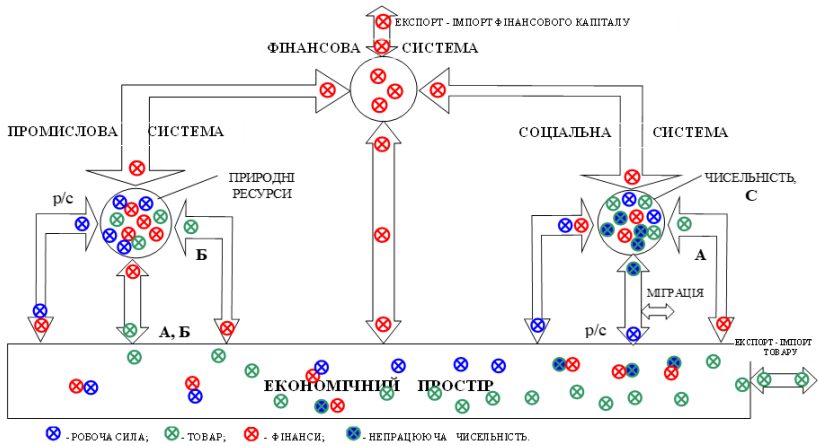
К-квантор активності; **m** – параметр метаморфізму К в U;

U-квантор пасивності; **μ** – параметр метаморфізму U в К;



**Теорема 1.** «I-й Закон стабільного стану Е-квантора ЕФС». Якщо:  $\mu(t)/m(t) = \omega_0^2$ ,  $F(t) = \mu Q(t) = m\ddot{Q}(t)$ ,  $K(t) = m\dot{Q}(t)^2$ ,  $U(t) = \mu Q(t)^2$ ,  $E(t) = FQ(t)$ , то

$$E(t) = K(t) + U(t) = const \text{ і } \psi^2 = \frac{K(t)U(t)}{E(t)^2} = const. \quad (1)$$



Фізична модель натурально-фінансової соціально-економічної системи - SES: А - група товарів соціального споживання; Б - група товарів промислового споживання; С - послуги. ВВП = А + Б + С. ФЗП = робоча сила + фінанси.

Соціально-економічна Конституція гарантує:  
ВВП = ФЗП є ДОБРОБУТ = ІСТИНА + СПРАВЕДЛИВІСТЬ.

Рис. 1. Еконофізична система множин:  $r/c - F$  об'єкти, товари і послуги -  $Q$  об'єкти, фінанси -  $E$  об'єкти.

**Теорема 2.** «II-й Закон зміни стабільного стану Е-квантора ЕФС»

Якщо:  $\mu(t)/m(t) = n\omega_0^2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\omega_0^2 = 1$ ,

$F(t) = \mu Q(t) = m\ddot{Q}(t)$ ,  $K(t) = m\dot{Q}(t)^2$ ,  $U(t) = \mu Q(t)^2$ ,

$E(t) = FQ(t)$ ,  $E(t) = K(t) + U(t)$ , то

$$E(\psi) = E_0 e^{\psi^2}, \quad \psi^2 = \text{var} \quad . \quad (2)$$

Теорема 1 і 2 доводяться [2,3] **енергоінформаційним методом** шляхом заміни в рівнянні (1):  $\dot{E}(t) = 0$ , параметрів  $K(t)/\dot{Q}(t)^2 = m$ ,  $U(t)/Q(t)^2 = \mu$ , а далі інтегрально-диференціальним обчисленням.

### ПРИКЛАД 1. Просте відтворення соціального ресурсу (СР).



**Дано.** ЕФС складається з  $F=10$  р/с. За  $0.5T=12$  годин створюється *ручною працею* ВВП в кількості  $Q=10^*$  то (товари групи А-соціального споживання в складі ВВП 100%). Наступні  $0.5T=12$  годин ВВП споживається. Так триває 100 років. **Задача:** змоделювати процес виробництва-споживання ВВП (R-цикл).

\* 10 то – 10 товарних одиниць (споживчий кошик-СК = то: л, кг, шт, р/с-год, Дж, м, м<sup>2</sup>, м<sup>3</sup>, км, тони, Біти, 10 овочів, тощо), що захищають СР від S-факторів і відтворюють U-фактори. S-фактори: ХОЛОД, ГОЛОД, ХВОРОБИ, БОЖЕВІЛЛЯ. U-фактори: якість і тривалість життя.

#### *Визначення енергоінформаційних параметрів.*

Заданий період вироблення-споживання Q і F.....  $T = 24$  год

Частота R-циклу.....  $\omega = 2\pi/T = 0,2618$  рад/год

Імпульс дії F.....  $J = F \times T = 10 \times 24 = 240$  р·год.

Швидкість виробництва Q за 0,5T.....  $\frac{dQ}{dt} = \frac{10}{12} = 0,833$  то/год.

Потужність виробництва Q...  $N = F \times \frac{dQ}{dt} = 10 \times 0,833 = 8,33$

р·то/год.

Загальна ЕФС-енергія має два еквівалентні визначення:

*перше:*.....  $E = F \times Q = 10 \times 10 = 100$  р·то;

друге: .....  $E = N \times 0,5T = 8,33 \times 12 = 100$  p·to.

Параметр  $K \varphi U \dots m = 2K / \left( \frac{dQ}{dt} \right)^2 = 100 / (0,833)^2 = 144$  (p/to)·(год)<sup>2</sup>

Параметр  $U \varphi K \mu = 2U / Q^2 = 100 / (10)^2 = 1$  p/to, тобто, одній p/c один СК (**Істинно і Справедливо! Споживча НОРМА**).

Прискорення виробництва  $Q \dots \frac{d^2Q}{dt^2} = \frac{F}{m} = \frac{10}{144} = 0,0694$  to/(год)<sup>2</sup>

Частота метаморфізму в R-циклі.....

$$f = \sqrt{\frac{\mu}{m}} = \sqrt{\frac{1}{144}} = 0,0833 = \frac{\omega}{\pi} = \frac{2\pi/T}{\pi} = \frac{2}{T} \rightarrow 2\pi = \omega T \text{ (год)}^{-1}.$$

Остаточним натуральним параметром метаморфізму «виготовлення-споживання ВВП» в ЕФС є баланс середніх і граничних значень ЕФС-енергій, відповідно,

$$FQ = \frac{1}{2} m \left( \frac{dQ}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \mu Q^2 \text{ або } FQ = m \left( \frac{dQ}{dt} \right)^2 + \mu Q^2 \quad (3)$$

Перевірка рівнянь (3) виконується простою підстановкою значень параметрів

$$10 \cdot 10 = 0,5 \cdot 144 \cdot (0,833)^2 + 0,5 \cdot 1 \cdot 10^2 = 50 + 50 = 100$$

$$10 \cdot 10 = 144 \cdot (0,833)^2 + 0 = 0 + 1 \cdot 10^2 = 100$$

Розв'язком рівнянь (3) є енерго-інформаційна функція R-циклу послідовних процесів  $0 \leq t \leq T$  виробництва-споживання ВВП вигляду

$$U(t) = \frac{1}{2} E \left[ 1 + \sin \left( t \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{E - K(t)}{K(t)}} - \frac{3\pi}{2} \right) \right]. \quad (4)$$

Для паралельних процесів  $0 \leq t \leq 0,5T$  виробництва-споживання рівняння (4) має вигляд (5)

$$U(t) = \frac{1}{2} E \left[ 1 + \sin \left( \frac{2\pi t}{T} \sqrt{\frac{E - K(t)}{K(t)}} - \frac{3\pi}{2} \right) + \sin \left( \frac{2\pi t}{T} \sqrt{\frac{U(t)}{E - U(t)}} - \frac{3\pi}{2} + \pi \right) \right]. \quad (5)$$

Функція виробництва
Функція споживання

На рис. 2 наведені характеристики R-циклу  $E \cap [U \wp K]$  за рівняннями (4), (5).

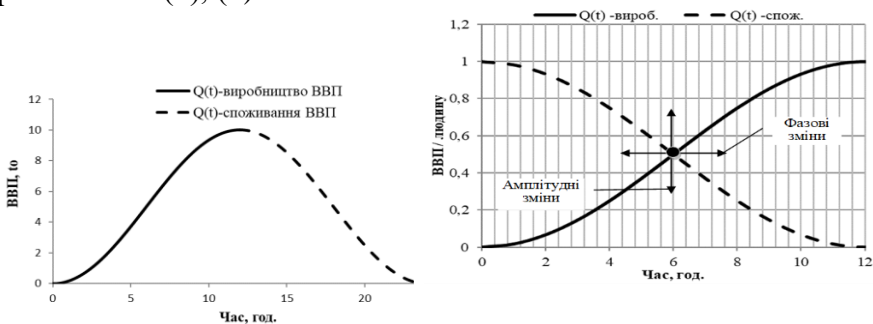


Рис. 2. Характеристики R-циклу для Прикладу 1.

**Висновок.** МЕА адекватно аналізує процес метаморфізму множин з активними і пасивними властивостями в ЕФС.

Введемо в ЕФС  $\Theta_E$  –**гроші**, як еконофізичний еквівалент множини E, що зв’язаний з K і U відношеннями з табл. 1.

Таблиця 1

Зв’язки еконофізичних множин

Фінанси	$\Theta_E$	€	$\Theta = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i$
Ціна одиниці ВВП	$c_{qi}$	€/то	$c_{qi} = \Theta_{qi} / Q_i$
Ціна одиниці робочої сили (ФЗП+ПФ)*	$c_{pi}$	€/(р·год)	$c_{pi} = \Theta_{pi} / J_i = \Theta_{pi} / (F_i \cdot t_i)$
Капітал соціал. ресурсу	$\Theta_K$	€	$\Theta_K = \sum_{i=1}^n J_i c_{pi}$

Капітал пасив ВВП	$\Theta_U$	€	$\Theta_U = \sum_{i=1}^n Q_i c_{qi}$
<b>ПРОБЛЕМИ Моделювання:</b> <b>1. Кількість - <math>\Theta_E</math> ? 2. Оберт множин - <math>\Theta_E</math> ?</b>			
Класичне рішення	$\Theta_E V = \Theta_U, V = ?$		
Енерго-інформаційне рішення	$E = K + U = \beta^2 \Theta_K^2 + \gamma^2 \Theta_U^2 = \alpha^2 \Theta_E^2,$ $\beta^2 = \frac{1}{mc_p^2}, \gamma^2 = \frac{\mu}{c_q^2}, \beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2.$		
ЕФС - США	$\Theta_E V = \Theta_U, 0,7\Theta_U = \Theta_K, V = 1,3$		
ЕФС - Україна	$\Theta_E V = \Theta_U, 0,13\Theta_U = \Theta_K, V = 8,3$		

\* ФЗП – фонд заробітної плати; ПФ – пенсійний фонд.

На рис. 3 наведені характеристики споживання ВВП за рівнянням (5) в залежності від  $k = K/E = 1 - U/E$  (оплати праці).

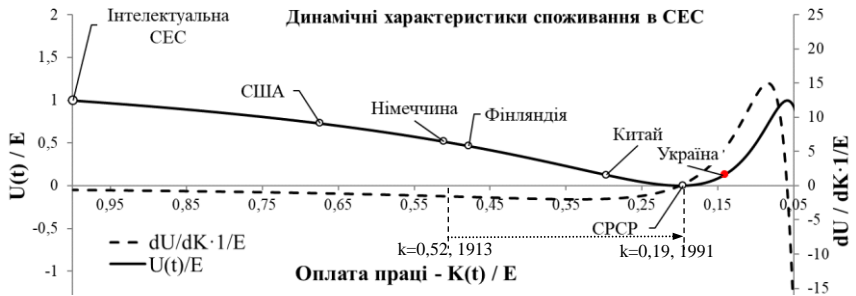


Рис. 8. Динамічні характеристики метаморфізму економічних множин при споживанні ВВП в залежності від  $(\Phi ЗП + \Phi Ф)/E$ .

**Висновки. 1.** Відновлення соціального ресурсу на 100% відбувається в інтелектуальній соціально-економічній системі.

**2.** У 2018 р. в Україні вартість ВВП ППС  $\Theta_U = 10619,56$  млрд. грн., нарахована  $\Theta_K$  (ФЗП+ПФ)=2139,4 млрд. грн на руки

$$1389 \text{ млрд. грн.}, \quad \frac{\Theta_K}{\Theta_E} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2} \frac{\Theta_U^2}{\Theta_E^2} = 0,13,$$

$$\beta^2 = \frac{1}{2mc_p^2} = \gamma^2 = \frac{\mu}{2c_q^2} = 0,5.$$

**3.** У 2018 р. в Україні готівки  $\Theta_E = 412,4$  млрд. грн, вартість номінального ВВП  $\Theta_U = 3430,308$  млрд. грн, швидкість обертання готівки  $V = \Theta_U / \Theta_E = 8,3$ .

**4.** Енергоінформаційний аналіз процесів метаморфізму між множинами  $E, K, U$  ЕФС на Прикладі 1 показав, що 100% відновлення соціального ресурсу (F) в R-циклі відбувається при

$$\Theta_E = \Theta_U = \Theta_K, \quad V = 1, \quad \frac{1}{mc_p^2} \Theta_K^2 = \frac{\mu}{c_q^2} \Theta_U^2 = \Theta_E^2 = E = const.$$

**5.** Оскільки процеси виробництва і споживання незалежні, а **норма  $\mu$  і  $\Theta_E = \Theta_K = \Theta_U = const$** , то завищення ціни ВВП веде до зупинки споживання і відновлення соціального ресурсу

$$\lim_{c_q^2 \rightarrow \infty} \left\{ U(t) = \frac{1}{2} E \left[ 1 + \sin \left( \frac{2\pi t}{T} \sqrt{\frac{\mu}{c_q^2} \Theta_U^2} / \underbrace{\left( E - \frac{\mu}{c_q^2} \Theta_U^2 \right)}_{\text{Функція споживання}} \right) - \frac{3\pi}{2} + \pi \right] \right\} \rightarrow 0$$

## Література

1. Карпенко В.М., Стародуб Ю.П. Концепція методу енергетичного аналізу руху елементарних об'єктів літосфери Землі. Вісник Львів. ун-ту. Серія геологічна. Вип. 20. – 2006. – С. 3–235.

2. Карпенко В.М. Стародуб Ю.П. Рівняння гауссової лінії на поверхні. Вісник Львів. ун-ту. Серія прикладна математика. Вип. 14. – 2008. – С. 98-104.
3. Карпенко В.М., Карпенко О.В. Энергоинформационный анализ колебаний физического осциллятора неоднородного полупространства. Геоинформатика, 2013, №1(45). -С.31-48.

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ КОНТЕНТНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ДЛЯ РЕКОМЕНДАЦІЙНИХ СИСТЕМ**

Константинова Л. В.

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

*Abstract.* In this work, research to content-based filtering methods for building recommender systems was conducted.

Рекомендаційні системи знаходять застосування в багатьох Інтернет-ресурсах. Вони необхідні, щоб контент ресурсу був актуальним, корисним та цікавим для користувача. Для побудови рекомендаційних систем використовують різні методи, їх можна розділити на три великі групи: методи засновані на колаборативній фільтрації, методи засновані на контентній фільтрації та гібридні методи. Дана робота була присвячена дослідженню методів контентної фільтрації для побудови рекомендаційних систем.

Контентна фільтрація (Content-based filtering) – це методи фільтрації на основі вмісту контенту.

Системи, що ґрунтуються на фільтрації контенту пропонують користувачам контент, схожий, на той, що вони переглядали раніше [1]. Вміст кожного елементу системи представляється у вигляді набору дескрипторів чи термінів, зазвичай слів, що зустрічаються в документі. Профіль користувача представлений з тими ж термінами і побудований на основі аналізу вмісту

елементів, які були переглянуті користувачем.

Для реалізації Content-based filtering потрібно враховувати такі моменти: 1) терміни можуть бути призначені автоматично або вручну, 2) терміни повинні бути представлені таким чином, щоб елементи могли порівнюватися осмисленим чином, 3) повинен бути обраний алгоритм навчання, який може вивчати профіль користувача на основі видимих елементів для генерування рекомендацій [2].

Історично склалося, що предметом Content-based filtering частіше були товари з неструктурованим описом: фільми, книги і т.д. Такими ознаками можуть бути, наприклад, текстові описи, рецензії, склад акторів та інше. Але можна використовувати і числові або категоріальні ознаки [3].

Неструктуровані ознаки описуються типовим для тексту способом - векторами в просторі слів (Vector-Space model). Кожен елемент такого вектора – ознака, що потенційно характеризує інтерес користувача. Аналогічно, продукт – вектор у тому ж просторі [3].

За час взаємодії користувача з системою, векторні описи придбаних ним товарів об'єднуються (підсумовуються і нормалізуються) в єдиний вектор і, таким чином, формується вектор його інтересів. Далі досить знайти товар, опис якого найближче до вектору інтересів, тобто вирішити задачу пошуку  $n$  найближчих сусідів. Не всі елементи однаково значущі: наприклад, союзні слова, очевидно, не несуть ніякого корисного навантаження. Тому при визначенні числа співпадаючих елементів в двох векторах все вимірювання потрібно попередньо зважувати за їх значимістю. Дану задачу вирішує відоме в Text Mining перетворення TF-IDF, яке призначає більшу вагу більш рідкісним інтересам. Збіг таких інтересів має більше значення при визначенні близькості двох векторів, ніж збіг популярних [3]. Існує ціле сімейство подібних перетворень, але змістовно всі вони повторюють таку логіку, що і TF-IDF: рідкісні атрибути повинні мати більше значення при порівнянні товарів.

Зворотній зв'язок за релевантністю, генетичні алгоритми,



нейронні мережі і байєсівський класифікатор є одними з методів навчання для вивчення профілю користувача [4]. Модель векторного простору і прихована семантична індексація можуть використовуватися цими методами навчання для представлення документів. Деякі з методів навчання також представляють профіль користувача у вигляді одного або декількох векторів в одному і тому ж багатовимірному просторі, що дозволяє легко порівнювати документи і профілі. Інші методи навчання, такі як байєсівський класифікатор і нейронні мережі, не використовують цей простір, а представляють профіль користувача по-своєму [5].

На сьогоднішній день практично всі рекомендаційні системи гібридні. Вони поєднують у собі методи контентної та колаборативної фільтрації. [5]. Важливою перевагою використання методів контентної фільтрації є вирішення проблеми холодного старту рекомендаційної системи.

## Література

1. Рекомендательные системы в онлайн-образовании [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://habr.com/ru/company/stepic/blog/302702/>

2. Recommender Systems. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://recommender-systems.org/content-based-filtering/>

3. Анатомия рекомендательных систем. Часть первая. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://habr.com/ru/company/lanit/blog/420499/>

4. Prem Melville, Raymond J. Mooney, Ramadass Nagarajan. Content-Boosted Collaborative Filtering for Improved Recommendations. Proceedings of the Eighteenth National Conference on Artificial Intelligence(AAAI-2002). Edmonton. Canada. July 2002. P. 187-192.

5. Recommender systems. Part 1. Introduction to approaches and algorithms. Learn about the concepts that underlie web recommendation engines. 2013. [Електронний ресурс]. Режим доступу: [https://www.ibm.com/developerworks/opensource/library/os-recommender1/index.html?S\\_TACT=105AGX99&S\\_CMP=CP](https://www.ibm.com/developerworks/opensource/library/os-recommender1/index.html?S_TACT=105AGX99&S_CMP=CP)

# ЗАДАЧА ВИБОРУ ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ДРУКУ БАНЕРІВ

Коханчик Н.С., Хом'як Т.В.

Національний технічний університет

«Дніпровська політехніка»

*Abstract.* A selection of new equipment was made for an advertising company using the hierarchy analysis method. Benefits and losses during equipment replacement were considered and the best option was selected in terms of price-quality ratio.

## Вступ

Маючи невеликий обсяг пропозицій з друку банерів в місті Дніпро, деякі компанії вирішують розглянути питання купівлі власного обладнання або пошуку оптимального виконавця. Таку задачу вибору одної альтернативи можна вирішити методом аналізу ієрархій.

**Метод аналізу ієрархій** полягає в декомпозиції проблеми на менші частини і подальшій обробці послідовності суджень особи, яка приймає рішення, по парним порівнянням [1].

Розглянемо наступні альтернативи:

- невеликий принтер, що має достатньо високу ціну та надає можливості друкувати банери довжиною не більш 5 метрів;
- великий принтер, що коштує дорожче та друкує банери довжиною більш 5 метрів (дає можливість приймати замовлення);
- компанія-виконавець №1, що має дорожчі послуги;
- компанія-виконавець №2, що має нижчу ціну, але просто виконує замовлення, не спілкуючись з замовником.

На наступному кроці усі критерії поділено на економічні та соціальні. Отримано дві ієрархії – вигід та витрат (рис.1-2).

Після створення ієрархії проблеми заповнено матрицю парних порівнянь, розраховано локальні пріоритети та підтверджена узгодженість матриці (табл.1) [2].

## Матриця парних порівнянь

	екон. вигоди	тех. вигоди
екон. вигоди	1.00	3.00
тех. вигоди	0.33	1.00

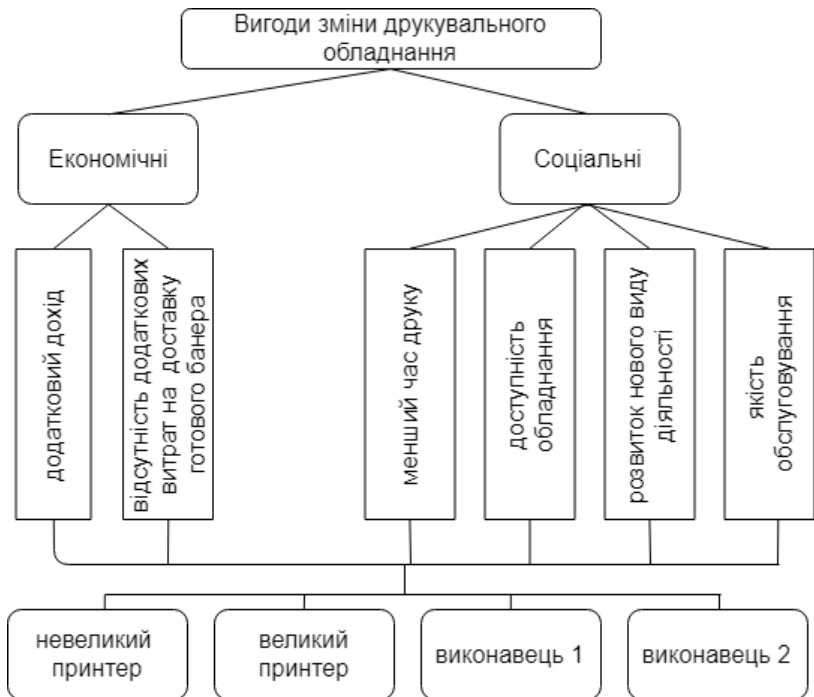


Рис. 1. Ієрархія вигід



Рис. 2. Ієрархія витрат

Після проходження усіх рівнів ієрархії та врахування на них локальних пріоритетів, розраховано глобальні пріоритети альтернатив з точки зору вигід зміни обладнання (табл. 2).

Таким чином за вигодами альтернативні проекти мали такі пріоритети: невеликий принтер – 0,35; великий принтер – 0,44; виконавець №1 - 0,10; виконавець №2 – 0,11.

Якщо враховувати тільки ці результати, то, маючи найбільший пріоритет, великий принтер має стати обраним шляхом зміни обладнання. Але більш правильним буде врахувати також витрати через зміну обладнання, а потім порівняти результати. Тобто, були виконані вищенаведені дії ще раз, але з витратами компанії [3].

Тим самим, отримано таблицю глобальних пріоритетів альтернатив по витратам (табл. 3). Таким чином за витратами альтернативні проекти мають такі пріоритети: невеликий

принтер – 0,26; великий принтер – 0,47; виконавець №1 - 0,14;  
виконавець №2 – 0,13.

Таблиця 2  
Глобальні пріоритети альтернатив по вигодам

критерії третього рівня	глобальні пріоритети	локальні пріоритети			
		невеликий принтер	великий принтер	виконавець 1	виконавець 2
вартість принтеру	0,60	0,26	0,46	0,14	0,14
вартість обслуговування	0,15	0,23	0,49	0,16	0,12
призначення відповідального працівника	0,19	0,30	0,48	0,11	0,11
пошук місця для встановлення принтеру	0,06	0,23	0,49	0,14	0,14
глобальні пріоритети альтернатив		0,26	0,47	0,14	0,13

Таблиця 3  
Глобальні пріоритети альтернатив по витратам

критерії третього рівня	глобальні пріоритети	локальні пріоритети			
		невеликий принтер	великий принтер	виконавець 1	виконавець 2
додатковий дохід	0,56	0,35	0,49	0,07	0,10
відсутність додаткових витрат на доставку	0,19	0,38	0,38	0,13	0,13
менший час друку	0,04	0,35	0,35	0,19	0,11
доступність обладнання	0,06	0,37	0,37	0,15	0,10
розвиток нового виду діяльності	0,14	0,33	0,43	0,12	0,11
якість обслуговування	0,02	0,20	0,20	0,43	0,18
глобальні пріоритети альтернатив		0,35	0,44	0,10	0,11

Після отримання глобальних альтернатив по кожній з ієрархій (вигід та витрат), наявні дані зведено до одного показника по кожній з альтернатив (табл. 4).

Таблиця 4

Таблиця отриманих результатів

	невеликий принтер	великий принтер	виконавець 1	виконавець 2
вигоди	0,35	0,44	0,10	0,11
витрати	0,26	0,47	0,14	0,13
вигоди/витрати	1,3255	0,9448	0,7426	0,8176

**Висновки.** Таким чином, за алгоритмом методу аналізу ієрархій отримали найбільший показник відношення «вартість-ефективність» – це купівля невеликого принтера.

### Література

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
2. Ус С.А., Коряшкіна Л.С. Моделі й методи прийняття рішень. Навчальний посібник. – Д.: НГУ, 2014. – 300 с.
3. Исследование операций: Нечеткая оптимизация. Учебное пособие. – К.:Віща шк., 1991. – 191 с.

# РОЗМІТКИ ОРІЄНТОВАНИХ ГРАФІВ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ФРАГМЕНТАРНИХ СТРУКТУР

Кривцун О. В., Козін І. В.

*Запорізький національний технічний університет*

*Запорізький національний університет*

## ORIENTED GRAPH LABELINGS FOR FRAGMENTARY STRUCTURE PRESENTATIONS

*Abstract* Fragmental structures are combinatorial objects used in solving many discrete optimization problems. The question arises about the enumerating of fragmentary structures, and to solve this problem it is convenient to represent fragmentary structures using graphs. Therefore, the question arises of the "minimal" (in a sense) representation of fragmentary structures. Certain types of digraphs and their labelings that correspond to some fragmentary structures are considered. The notion of the dimension of a fragmentary structure is introduced, and lower estimates for this dimension are obtained.

Фрагментарні структури – комбінаторні об'єкти, що використовуються при розв'язанні багатьох дискретних оптимізаційних задач [1]. Постає задача про перелік фрагментарних структур, для розв'язання якої зручно представляти фрагментарні структури за допомогою графів. Тож виникає питання про "мінімальне" (в якомусь сенсі) представлення фрагментарних структур.

Нехай множини  $A$  і  $B$  знаходяться у фрагментарному відношенні,  $A \prec_1 B$ , якщо  $A \subset B$  і  $|B \setminus A| = 1$ .

У відповідності до [1] фрагментарна структура – це впорядкована пара  $(X, \Phi)$ , де  $X$  – це скінченна множина,  $\Phi = \{E_0, E_1, \dots, E_m\}$  – сімейство її підмножин,  $E_i \subseteq X, i = 0, \dots, m$ , таке, що  $E_0 \equiv \emptyset$  і кожна підмножина з  $\Phi$  знаходиться у фрагментарному відношенні хоча б з однією іншою підмножиною з  $\Phi$ . Множину  $X$  будемо називати універсальною множиною.

Графи, що графічно представляють частково впорядковані множини, називаються діаграмами Гассе. Двійковий  $n$ -вимірний орієнтований куб, який визначає впорядкований булеан, може бути зображений як діаграма Гассе. Він має один істок (кореневу вершину) і один сток. На рис. 1 зображені орієнтовані гіперкуби ( $n$ -куби) розмірностей 2 і 3 розмічені так, що відповідають діаграмам Гассе для булеанів.

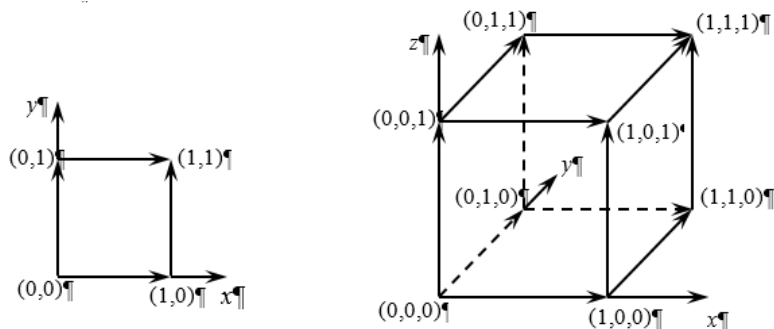


Рис.1. Діаграми Гассе на гіперкубах розмірностей 2 і 3

Будемо говорити, що вершини орієнтованого гіперкуба, координати яких в діаграмі Гассе містять  $i$  одиниць, належать  $i$ -му ярусу цього гіперкуба. Очевидно, що у орієнтованому гіперкубі для будь-якої вершини  $i$ -го ярусу довжина шляху від кореня до цієї вершини та її напівстепінь входу дорівнюють  $i$ .

Розглянемо нерозмічений зв'язний оргграф з одним джерелом, який має такі властивості: 1) джерело є кореневою вершиною; 2) оргграф є ациклічним; 3) для будь-якої вершини  $v$  оргграфа всі орієнтовані шляхи від кореня до цієї вершини мають однакову довжину  $i$ , яка є номером ярусу, до якого належить вершина  $v$ ; 4) напівстепінь заходу будь-якої вершини не перевершує номер ярусу цієї вершини. Позначимо множину всіх зв'язних оргграфів з одним джерелом, які мають ці властивості, як  $SH$ . Можна показати, що якщо зв'язний оргграф з одним джерелом володіє наведеними чотирма властивостями, то він є



підграфом орієнтованого гіперкуба. Відповідно, породжуючий граф цього орграфа є підграфом неорієнтованого гіперкуба. Звідси випливає, що будь-яку вершину цього породжуючого графа може бути обрано в якості кореня, і відповідний породжений ациклічний орграф буде мати наведені вище чотири властивості.

Оскільки фрагментарні структури є частково впорядкованими множинами, то їх можна представити як деякі підграфи орієнтованих гіперкубів, які будемо називати допустимими графами. Ці орграфи утворюють підмножину множини  $SH$ .

Орієнтований гіперкуб мінімальної розмірності, підграфом якого є деякий допустимий граф, будемо називати необхідним гіперкубом [2] цього допустимого орграфа.

Будемо називати фрагментарні структури ізоморфними, якщо вони описуються ізоморфними графами. Тоді допустимий граф відповідає класу  $F$  ізоморфних фрагментарних структур. Розв'язання задач підрахунку та переліку фрагментарних структур приводить до такої числової характеристики допустимого графа і відповідних йому ізоморфних фрагментарних структур, як розмірність фрагментарної структури

**Означення 1.** Розмірністю  $N$  фрагментарної структури будемо називати величину

$$N = \min_F |\bigcup_{i=1}^m E_i|,$$

де  $E_i, i = \overline{1, m}$  – фрагменти фрагментарної структури класу  $F$ .

Гіперкуб розмірності  $N$  будемо називати достатнім гіперкубом допустимого графа тієї ж розмірності [2].

**Означення 2.** Розмітка зв'язного орієнтованого графа – це така відповідність між вершинами графа і підмножинами множини  $X$  (мітками), при якій джерелу відповідає порожня множина, і вершини з'єднуються дугами тільки тоді, якщо їхні мітки знаходяться у фрагментарному відношенні, причому

потужність мітки початкової вершини дуги менша за потужність мітки кінцевої вершини.

Будь-яка фрагментарна структура породжує деяку розмітку орграфа. Але не будь-яка розмітка відповідає фрагментарній структурі.

**Означення 3.** Допустима розмітка – це розмітка, для якої додатково виконується умова: якщо мітки вершин знаходяться у фрагментарному відношенні, то такі вершини з'єднуються дугою у напрямку зростання потужності мітки.

В [2] доведено, що якщо для орграфа з множини  $SH$  можна побудувати допустиму розмітку, тоді цей орграф є допустимим графом.

Будемо називати розмітку, побудовану із застосуванням найменшої кількості елементів універсальної множини  $X$ , мінімальною.

Розмірність  $N$  допустимого графа можна визначити, побудувавши мінімальну допустиму розмітку. Більш простою є задача побудови мінімальної розмітки, яка дає розмірність  $\tilde{N}$  необхідного гіперкуба для цього допустимого графа. Очевидно, що  $\tilde{N}$  є нижньою оцінкою для  $N$ .

Розмітку можна побудувати для будь-якого орграфа з множини  $SH$ , але чи можна визначити розмірність необхідного гіперкуба такого орграфа без безпосередньої побудови мінімальної розмітки?

Для будь-якої вершини  $n$ -куба виконується умова  $l_j + o_j = n$ , де  $l_j$  – напівступінь входу  $j$ -ї вершини,  $o_j$  – її напівступінь виходу. Напівступені виходу вершин такого орграфа довільні (позначимо їх через  $p_j$ ). Доведено, що має місце оцінка:

$$\tilde{N} \geq \max_j (l_j + p_j). \quad (1)$$

Спираючись на оцінку (1) можна побудувати більш точну оцінку для розмірності необхідного гіперкуба. А саме

$$\tilde{N} \geq \min_{n \geq \tilde{N}_1} \{n \mid C_n^i \geq k_i, i = \overline{1, L}\},$$

де  $k_i, i = \overline{1, L}$  - кількість вершин  $i$ -го ярусу орграфа з,  $L$  – номер останнього ярусу або максимальна довжина шляху (на нульовому ярусі завжди одна вершина – джерело),  
 $\tilde{N}_1 = \max_j (l_j + p_j)$ .

### Література

1. I. V. Kozin, N. K. Maksyshko, V. A. Perepelitsa *Fragmentary Structures in Discrete Optimization Problems*, Cybernetics and Systems Analysis, November 2017, Volume 53, Issue 6, pp 931–936
2. Кривцун О. В. Представлення фрагментарних структур орієнтованими графами. Кибернетика и системный анализ : междунар. науч.-теорет. журн. 2019. Т.55, № 2. С. 1 – 9

## МЕТОД ПОБУДОВИ РЕКОМЕНДАЦІЙНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ АСОЦІАТИВНИХ МЕРЕЖ КОРИСТУВАЧІВ

Мелешко Є.В.

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет, м. Кропивницький*

*Abstract.* In the work the method of collaborative filtering based on building associative networks of user similarity was developed, software to implement this method was developed, experiments, using the software developed, to test the developed method were conducted.

Рекомендаційні системи використовуються в системах пошуку даних та у маркетингу з метою побудови списку рекомендацій для користувачів на основі історії їх взаємодії з веб-ресурсом та інформації про об'єкти для пошуку та/або маркетингу [1].

Добре побудовані списки рекомендацій підвищують попит на товари та послуги в Інтернет-магазинах, відчутно полегшують пошук у пошукових системах, збільшують відвідуваність окремих

сторінок і загальну відвідуваність контентних сайтів.

Для реалізації та вдосконалення роботи рекомендаційних систем використовується безліч методів [1, 2].

В даній роботі для вдосконалення роботи рекомендаційних систем було побудовано асоціативні мережі користувачів.

Асоціативна мережа – це множина об'єктів та асоціативних зв'язків між ними. Асоціативні зв'язки надають більше можливостей для алгоритмів пошуку та фільтрації даних.

Для побудови асоціативних зв'язків використовуються асоціативні правила. Вони дозволяють встановлювати закономірності між пов'язаними подіями/об'єктами [3].

Була побудована рекомендаційна система на основі колаборативної фільтрації User-based з використанням як коефіцієнту подоби – коефіцієнту кореляції Пірсона (1):

$$d(x_1, x_2) = \frac{X_1 \cdot X_2}{\|X_1\| \cdot \|X_2\|} = \frac{\sum_{i=1}^m x_{1i} \cdot x_{2i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{1i}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m x_{2i}^2}} \quad (1)$$

де  $X_1, X_2$  – множини значень ознак у 1-го та 2-го користувача;  $d(x_1, x_2)$  – відстань між користувачами  $x_1$  та  $x_2$  у просторі ознак;  $x_{1i}, x_{2i}$  – значення  $i$ -ї ознаки відповідно у 1-го та 2-го користувача.

В існуючих рекомендаційних системах не можна визначити коефіцієнт подоби між користувачами, у яких немає відомих спільних ознак для порівняння.

Було вирішено побудувати асоціативну мережу користувачів для обчислення відсутніх зв'язків подоби, оскільки на основі формули (2), можна визначити коефіцієнти подоби тільки для користувачів, у яких є однакові дії на веб-сайті, напр., оцінки, які вони ставили одним і тим самим об'єктам.

Було розроблено наступне асоціативне правило:

**Якщо** коефіцієнт схожості користувачів  $A$  та  $B$  дорівнює 1, тобто користувачі «повністю» схожі, **та** при цьому коефіцієнт подоби між користувачами  $A$  та  $C$  дорівнює  $x$ , **то** коефіцієнт

подоби між користувачами  $B$  та  $C$  також дорівнює  $x$ .  
Зобразимо це правило схематично на рис. 1.

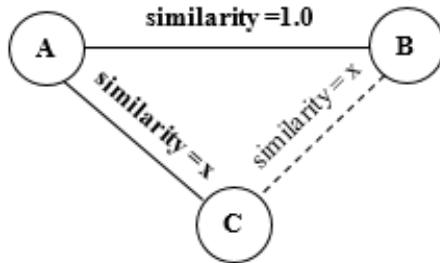


Рис. 1. Схематичне зображення асоціативного правила визначення подоби користувачів

Асоціативну мережу пропонується будувати наступним чином:

1) застосувати запропоноване асоціативне правило для побудови додаткових зв'язків подоби (зв'язків подоби 2 рівня) між користувачами;

2) повторити дію (1) для мережі з врахуванням основних зв'язків подоби та зв'язків подоби 2 рівня для отримання зв'язків подоби 3 рівня, і так поки правило та наявні дані дозволяють будувати нові зв'язки подоби.

Розроблювана рекомендаційна система тестувалася на відкритому наборі даних MovieLens Datasets науково-дослідної лабораторії створеному у відділі комп'ютерних наук та інженерії в Університеті Міннесоти [4].

Під час кожного експерименту з набору даних MovieLens Datasets обиралося  $N_u$  користувачів. Дані про оцінки, які вони ставили фільмам було розділено на основі часових міток на дві частини для розрахунків рекомендацій («поточні дані») та для тестування системи («майбутні дані»). Для кожного набору даних система запускалася у двох режимах: без використання асоціативної мережі та з використанням асоціативної мережі.

Для перевірки якості роботи рекомендаційної системи використовувалися наступні метрики:

**1. Точність** – визначає наскільки вірно спрогнозовано вподобання користувачів. Для обчислення було використано (2):

$$\text{Precision} = \frac{tp}{tp + fp}, \quad (2)$$

де  $tp$  – позитивно оцінені рекомендації,  $fp$  – негативно оцінені рекомендації.

**2. Покриття простору користувачів** – відсоток усіх користувачів, для яких система може надати рекомендації. Було використано формулу (3):

$$\text{User Space Coverage} = \frac{N_{ur}}{N_u}, \quad (3)$$

де  $N_{ur}$  – кількість користувачів, для яких вдалося створити рекомендації,  $N_u$  – кількість користувачів, яку було взято в експерименті.

**3. Покриття каталогу** – відсоток усіх об'єктів, які можуть бути рекомендовані користувачам. Було використано формулу (4):

$$\text{Item Space Coverage} = \frac{N_{mr}}{N_m}, \quad (4)$$

де  $N_{mr}$  – кількість об'єктів, для яких вдалося спрогнозувати рейтинги,  $N_m$  – загальна кількість об'єктів в експерименті.

**4. Покриття взаємодії з користувачами** – відсоток усіх об'єктів серед вибраних, які було рекомендовано. Було використано формулу (5):

$$\text{User Intention Coverage} = \frac{tp}{N_{mc}}, \quad (5)$$

де  $tp$  – кількість правильно спрогнозованих позитивних оцінок,  $N_{mc}$  – загальна кількість об'єктів, які були обрані користувачами у тестових даних.

Було проведено серію експериментів [5], результати яких показали, що запропонований метод на розглянутих даних збільшує: покриття простору користувачів в середньому на 10%, покриття каталогу – в середньому на 15%, а покриття взаємодії з користувачами – в середньому на 6%, при тому, що точність роботи системи майже не змінюється.

**Висновки.** На основі результатів експериментів можна зробити висновок, що розроблений метод дозволяє збільшити кількість правильних позитивних рекомендацій, покриття простору користувачів, покриття каталогу об'єктів та покриття взаємодії з користувачами практично не змінюючи точність роботи рекомендаційної системи. Загалом збільшується кількість корисних рекомендацій для кожного з користувачів та зменшується кількість користувачів для яких немає рекомендацій.

### Література

1. Recommender Systems Handbook / Editors Francesco Ricci, Lior Rokach, Bracha Shapira, Paul B. Kantor. – 1st edition. – New York, NY, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 2010. – 842 с.
2. Сегаран Т. Программируем коллективный разум. – Пер. с англ. – СПб: Символ-Плюс, 2013. – 368 с.
3. Шахиди А. Введение в анализ ассоциативных правил [Електронний ресурс] / Акобир Шахиди // Технологии анализа данных BASEGROUP LABS – Режим доступа до ресурсу: <https://basegroup.ru/community/articles/intro>.
4. Harper F.M. The MovieLens Datasets: History and Context [Електронний ресурс] / F.M. Harper, F.M. Harper // ACM Transactions on Interactive Intelligent Systems (TiiS). – 2016. – Режим доступа до ресурсу: <https://doi.org/10.1145/2827872>.
5. Meleshko Ye. Method of collaborative filtration based on associative networks of users similarity / Ye. Meleshko // Scientific and technical journal "Advanced Information Systems". №4, Volume 2 – Kharkiv: NTU "KhPI". – 2018. – P. 55–59.

# ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ КОМП'ЮТЕРНОЇ ЛІНГВІСТИКИ ДЛЯ АНАЛІЗУ КОНТЕНТУ ВЕБ-САЙТІВ

Мелешко Є.В., Босько В.В., Резніченко В.А.

*Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький*

*Abstract.* In this work, the research methods of computational linguistics to analyze a content of websites was conducted. Considered the concept of semantic networks and their application for text analysis.

Аналіз тексту засобами комп'ютерної лінгвістики використовується в багатьох сферах. А у зв'язку зі збільшенням кількості текстової інформації в Інтернеті та розвитком технологій вилучення знань з даних актуальним стає застосування методів семантичного аналізу контенту веб-сайтів [1].

Типові задачі аналізу текстів: класифікація, кластеризація, автоматичне анотування, виділення ключових слів, пошук асоціацій, тощо. Серед сучасних напрямків комп'ютерної лінгвістики можна виділити наступні [2]: 1) машинний переклад, автоматичне розпізнавання мови; 2) лінгвістичне забезпечення інформаційного пошуку; 3) автоматичне вилучення знань з даних (Data Mining); 4) автоматичне реферування текстів; 5) створення електронних лексикографічних ресурсів (словників, онтологій); 6) корпусна лінгвістика (створення і використання електронних корпусів текстів); 7) системи, що моделюють мовну взаємодію, напр., розробка систем питання-відповідь, систем генерації тексту.

Частину даних напрямків, а також систем автоматичного аналізу на різних мовних рівнях: морфологічних аналізаторів (парсерів), систем автоматичного синтаксичного аналізу і т.п. часто виділяють в окрему область – автоматична обробка природної мови (Natural Language Processing, NLP).

Основні модулі більшості сучасних систем лінгвістичного аналізу текстів [2]:

1. **Токенізація** – виділення слів і меж речень;



2. **Морфологічний аналіз** – приведення всіх форм слова до однієї словоформи.

Рівні представлення лінгвістичної (пункти 1-4) та екстралінгвістичної інформації (пункт 5) [3]: 1) акустично-фонетичний (графематичний) рівень; 2) морфологічний рівень; 3) лексичний рівень; 4) синтаксичний рівень; 5) семантичний рівень.

Перші чотири рівні характерні тим, що представлена в них інформація як би доповнює одна одну в різних комбінаціях. Морфеми разом із лексемами складають цілі слова, синтаксичні структури створюють речення.

Надлінгвістичний (семантичний) рівень по обробці даних відрізняється від перших чотирьох лінгвістичних рівнів. На семантичному рівні лінгвістична інформація характеризується по-парною сполучуваністю кореневих основ. Саме пари слів є характерними елементами представлення цього рівня. Множина пар легко перетворюється в мережу. Мережі є найбільш зручним поданням семантичної інформації. Для представлення текстової інформації в комп'ютерних програмах на семантичному рівні зручно використовувати семантичні мережі (приклад, рис. 1).

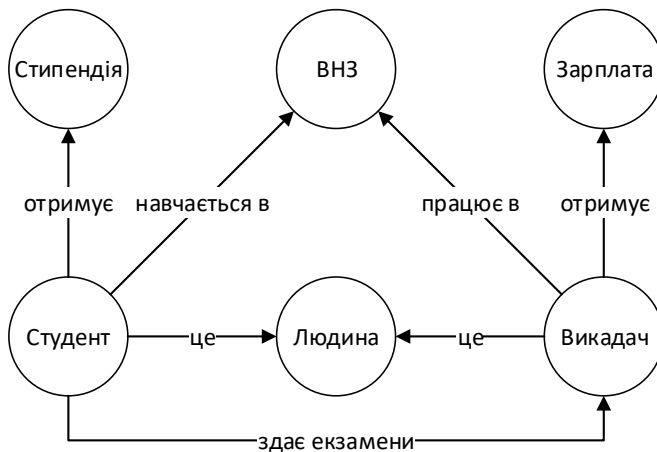


Рис. 1. Приклад семантичної мережі

Єдиного визначення семантичної мережі на даний час не існує. В інженерії знань під нею мається на увазі граф, що відображає зміст цілісного образу. Вузли графу відповідають поняттям, а дуги – відносинам між ними. Формально мережу можна задати в наступному вигляді:

$$H = \langle I, C, G \rangle, \quad (1)$$

де  $I$  – множина понять;  $C$  – множина типів зв'язків між поняттями;  $G$  – відображення, що задає конкретні відношення з наявних типів  $C$  між елементами  $I$ .

Проблема пошуку рішення в базі знань типу семантичної мережі зводиться до задачі пошуку фрагменту мережі, що відповідає поставленому питанню. Семантичні портрети текстів також можна порівнювати між собою. Смысловий перетин текстів обчислюється як перетин їх семантичних мереж.

Для аналізу веб-сайтів широко використовуються методи комп'ютерної лінгвістики, зокрема семантичні мережі. Консорціум Всесвітньої павутини прийняв та просуває концепцію семантичної павутини [4].

**Семантична павутина** (Semantic web) – це загальнодоступна глобальна семантична мережа, надбудова над Всесвітньою павутиною, що формується шляхом стандартизації представлення інформації у вигляді, придатному для машинної обробки.

Семантична павутина складається з вузлів семантичної мережі, з опорою на онтології. Завдяки цьому програми-клієнти отримують можливість безпосередньо отримувати з Інтернету твердження виду «предмет\_1 – вид взаємозв'язку – предмет\_2» і обчислювати на основі них логічні висновки. Семантична павутина працює паралельно зі звичайною Всесвітньою павутиною і на її основі, використовуючи протокол HTTP і ідентифікатори ресурсів URI.

Алгоритми, які застосовуються у Семантичній павутині та семантичному аналізі веб-сайтів [5]:

1. Автоматична рубрикація (Automatic Classification). Пошук певних смислових шаблонів у тексті або іншому

інформаційному об'єкті (зображення, аудіозапис, відео) і за фактом їх знаходження призначення пов'язаних з даними шаблонами атрибутів всьому інформаційному об'єкту.

2. Розпізнавання шаблонів і фактів (Fact and Pattern Recognition). В тексті шукаються ділянки відповідні шаблонам і, на відміну від авторубрикації, не всьому тексту, а цим ділянкам привласнюються мітки.

3. Вилучення особливостей (Feature Extraction). Зонування контенту, виявлення ділянок, що потенційно несуть важливу інформацію. Наприклад, розпізнавання текстів із зображень, виявлення рухомих об'єктів і так далі.

4. Вилучення вмісту (Content Extraction). Зонування для напівструктурованих або змішаного вмісту текстів. Напр., при аналізі pdf файлів виділення таблиць, зображень, формул, і т.д.

5. Обробка природної мови (Natural Language Processing). Семантичний аналіз тексту. Напр., використовується для розпізнавання структури пошукового запиту.

6. Семантичний пошук (Semantic Search). Пошук по сенсу пошукового запиту, з врахуванням контексту замість словникових значень окремих слів у пошуковому запиті.

7. Семантичне вбудовування (Semantic Embedding). Пошук відповіді на питання.

Лінгвістичний аналіз веб-сайтів є досить важливим напрямком, який дозволяє покращити пошук та обробку інформації в Інтернеті.

## **Література**

1. Барсегян А.А. Технологии анализа данных: Data Mining, Visual Mining, Text Mining, OLAP / А.А. Барсегян, М.С. Куприянов, В.В. Степаненко. – СПб: "БХВ-Петербург", 2007. – 384 с.

2. Бонч-Осмоловская А.А. Прикладная лингвистика [Электронный ресурс] / А.А. Бонч-Осмоловская // Фонд знаний "Ломоносов". – 2011. – Режим доступа: <http://www.lomonosov-fund.ru/enc/ru/encyclopedia:01206:article>

3. Харламов А. А. Когнитивный подход к смысловому анализу текстов // М.: Вестник МГЛУ. – 2013. – Вып. №13 (673). – С. 196-205

4. Semantic Web [Электронный ресурс]. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.w3.org/standards/semanticweb/>

5. Бегтин И. Semantic Web, рассуждения, алгоритмы и перспективы [Электронный ресурс] / Иван Бегтин. – 2008. – Режим доступа до ресурсу: <https://old.begtin.tech/2008/03/20/semantic-web-rassuzhdeniya-algoritmyi-i-perespektivy/>

## **ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ КЕРУВАННЯ СИСТЕМОЮ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ**

Пасенченко Ю. А.

*Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації*

## **ON ONE PROBLEM OF MANAGING A QUEUING SYSTEM**

*Abstract.* The statement considered the task queueing system management with variable intensiveness input stream requirements and maintenance. The following tasks are used in economy, technology, and military affairs. When the queueing system seen on final the time and intensity of the input stream variable in time, then the limited resources of queueing system variable in time parameter control becomes the intensity of service lines.

В повідомленні розглянута задача керування системою масового обслуговування (СМО) із змінними інтенсивностями вхідного потоку вимог і обслуговування. Такі задачі знаходять застосування в економіці, техніці, військовій справі [1].

Традиційно СМО [2] розглядають з сталими інтенсивностями вхідних потоків вимог і обслуговування. До таких систем застосовують марківський підхід [1, 2] і шукають встановлений (фінальний) режим функціонування СМО ( $t \rightarrow \infty$ ) Для цього складають систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо фінальних ймовірностей станів і

знаходять експлуатаційні характеристики СМО у встановленому режимі.

Якщо СМО розглядається на скінченому проміжку часу і інтенсивність вхідного потоку змінна в часі, то при обмежених ресурсах СМО змінним в часі параметром керування стає інтенсивність обслуговуючих ліній. При цьому наявними є обмеження на якість обслуговування і кількість використаних ресурсів. Сталими параметрами СМО можуть бути кількість обслуговуючих ліній, структура СМО, нормативні коефіцієнти якості, тощо. З огляду на застосування, далі розглядається СМО з відмовами і  $n$  лініями обслуговування. Нехай  $\lambda(t)$  – інтенсивність вхідного потоку вимог,  $\mu(t)$  – інтенсивність обслуговування однієї вимоги однією лінією. Функція  $\mu(t)$  є керуванням. Зауважимо, що  $\mu(t)$  може бути і векторною величиною.

Система диференціальних рівнянь задачі керування набуває вигляду:

$$\bar{p}' = f(t, \bar{p}, \lambda(t), \mu(t)), \quad \bar{p}(0) = \bar{p}_0, \quad (1)$$

де  $\bar{p} = (p_0, p_1, \dots, p_n)$  – вектор ймовірностей станів від 0-го до  $n$ -го в момент часу  $t$ ,  $\bar{p}_0$  – початкові ймовірності станів. (1) є системою диференціальних рівнянь Чепмена–Колмогорова для СМО з відмовами [1]. Обмеженнями є вимоги:

$$0 \leq p_i \leq 1, \quad \sum_{i=0}^n p_i(t) = 1, \quad p_n(t) \leq \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon < 1, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2)$$

Параметр  $\varepsilon$  задає оцінку ймовірності відмови СМО в обслуговуванні.

Нехай  $c$  – параметр, що враховує використання ресурсу СМО на обслуговування однієї вимоги в одиницю часу. Тоді за час  $[0, T]$  буде використана така кількість ресурсу, що мінімізується:

$$c \int_0^T \left( \sum_{j=1}^n k p_k(t) \right) dt \rightarrow \min \quad (3)$$

Задачу керування (1) – (3) розв'язуємо чисельними методами. Для цього переходимо до дискретного часу  $t$  на сітці  $(0, t_0, t_1, \dots, t_s = T)$ , інтеграл (3) замінюємо за формулами чисельного інтегрування, систему диференціальних рівнянь (1) замінюємо різницевиими рівняннями, наприклад за методом Ейлера. Обмеження (2) переходять у систему нерівностей-обмежень. Визначаємо інтенсивності  $\lambda(t)$ ,  $\mu(t)$  в дискретні моменти часу  $t$ . Задача (1) – (3) переходить в задачу нелінійного математичного програмування. Невідомими є значення функцій  $(p_0(t), p_1(t), \dots, p_n(t))$  та керування  $\mu(t)$  на сітці  $(0, t_0, t_1, \dots, t_s = T)$ . Отримана задача математичного програмування розв'язується засобами MS Excel [3].

### Література

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
2. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: «Наука», 1987. – 336 с.
3. Леоненков А.Л. Решение задач оптимизации в среде MS Excel.– Санкт-Петербург: ВHV, 2005. – 704 с.

# ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ БЕЗПЕКИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МЕРЕЖІ

Пашинських В.В., Мелешко Є.В.

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет, м. Кропивницький*

*Abstract.* In this work, the research methods of analyzing the security of local computer networks were conducted and software for analyzes the security of a local computer network based on the scan of connected devices and their ports was developed.

Інформаційна безпека – невід’ємна частина будь-якої діяльності, пов’язаної з розмежуванням прав доступу до інформації. Державні органи та зовнішньополітичні відомства, військово-промисловий комплекс, приватний бізнес (в тому числі Інтернет-сервіси) – ось невелика частина списку споживачів, зацікавлених у збереженні своєї інформації в таємниці від третіх осіб.

Комп’ютерні мережі існують майже на усіх підприємствах. Існує необхідність аналізу їх безпеки, оскільки в мережі може з’явитися зловмисник, який буде перехоплювати важливу інформацію, і без аналізу мережі, знайти його присутність буде дуже важко.

Метою даної роботи є розробка програмного забезпечення, яке аналізує безпеку у локальних комп’ютерних мережах.

Було досліджено методи аналізу безпеки комп’ютерних мереж та виявлено, що одним з базових та обов’язкових під час будь-якого аналізу безпеки є метод заснований на скануванні портів підключених до локальної мережі пристроїв.

При створенні програмного забезпечення було використано середовище розробки Microsoft Visual Studio та програмна технологія Microsoft .NET. Розроблене програмне забезпечення реалізоване на мові програмування C#. Дана мова разом з програмною технологією Microsoft .NET дозволяє найбільш ефективно та швидко розробляти програмне забезпечення для операційних систем сімейства Microsoft Windows.

Розроблений додаток дозволяє сканувати мережу, отримувати MAC-адреси пристроїв, сканувати популярні або задані користувачем порти, зберігати та аналізувати отримані дані.

Розглянемо більш детально інтерфейс розробленого додатку. Інтерфейс складається з двох вкладок – «LAN Scan» (рис. 1) та «Port Scan» (рис. 2), текстового поля, у яке виводяться повідомлення користувачу і результати аналізу та меню, яке знаходиться під заголовком вікна додатку.

Вкладка «LAN Scan» (рис. 1) складається з таблиці, восьми полів вводу для чотирьох октетів початкової та кінцевої IP-адреси відповідно, поля вводу для пошуку, однієї опції (checkbox) та трьох кнопок.

Кнопка «Scan» у вкладці «LAN Scan» виконує сканування мережі та виводить результат до таблиці. Результат сканування – список IP-адрес з їх статусом (чи є за адресою пристрій), та MAC адреси пристрою, якщо такий є у мережі.

Кнопка «Analyze» виконує аналіз мережі, та повідомляє, чи було якийсь пристрій модифіковано чи підмінено зловмисником.

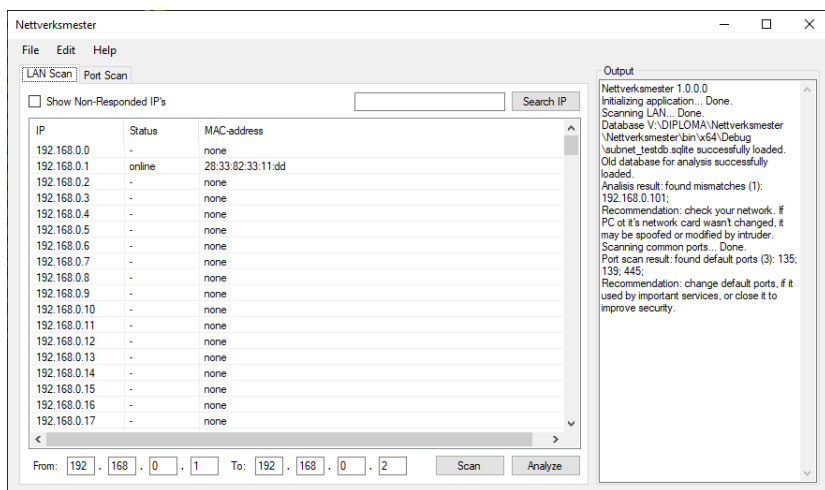


Рис.1. Інтерфейс додатку. Вкладка «LAN Scan»



Вкладка «Port Scan» (рис. 2) складається з таблиці, двох полів вводу діапазону портів для користувацького режиму сканування, чотирьох полів вводу для чотирьох октетів IP адреси пристрою, порти якої потрібно сканувати, поля вводу для пошуку, випадаючого меню та двох кнопок.

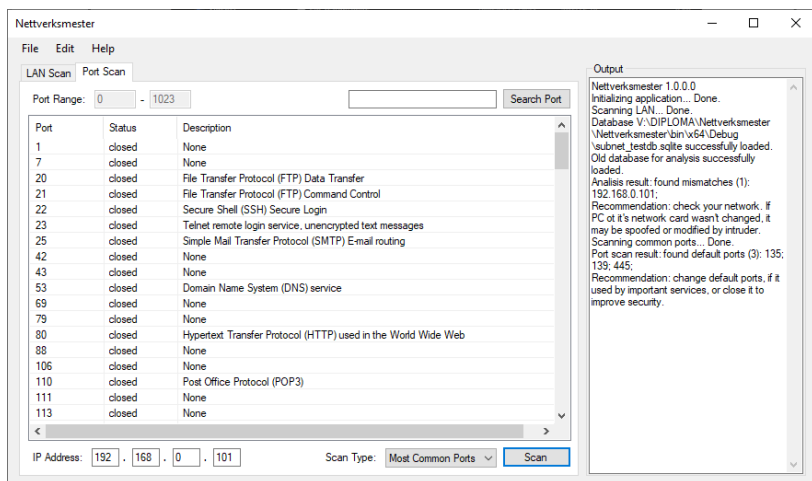


Рис.2. Інтерфейс додатку. Вкладка «Port Scan»

Випадаюче меню дозволяє користувачу обрати режим сканування: сканувати популярні порти, чи сканувати діапазон портів (усі порти за замовчуванням). Діапазон портів для сканування може задати користувач.

Кнопка «Scan» виконує сканування портів та виводить результат до таблиці. Результат сканування – список портів з їх статусом (відкритий чи закритий), та опис порту, якщо він популярний і його використовує конкретний сервіс.

Розроблене програмне забезпечення має потенційну можливість для подальшого вдосконалення і застосування у різних галузях для перевірки безпеки локальних мереж.

## Література

1. Саймон Р. Microsoft Windows API. Справочник системного програміста / Р. Саймон., 2004. – 1216 с.

2. Олифер В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер., 2000. – 672 с.

3. Паркер Т. TCP/IP. Для профессионалов / Т. Паркер, К. Сиян., 2004. – 859 с.

## ПРО СТРУКТУРУ 7-МИ ТА 8-МИ ВЕРШИННИХ ГРАФІВ-ОБСТРУКЦІЙ ДЛЯ ПОВЕРХНІ НЕОРІЄНТОВАНОГО РОДУ 2

В. І. Петренюк

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

*Анотація.* Встановлені методом  $\phi$ -перетворення графів структурні властивості 7-ми та 8-ми вершинних графів-обструкцій для поверхні неорієнтованого роду 2.

Розглянемо **задачу** вивчення методом  $\phi$ -перетворення графів структурних властивостей 7-ми та 8-ми вершинних графів-обструкцій для неорієнтованої поверхні  $N_k$  роду  $k$ ,  $k=2$ . Основні поняття та позначення узяті із [1]-[3], всі графи неорієнтовані без кратних ребер та петель. В [4], [5] отримано всі неізоморфні графи-обструкції для  $N_2$ -поверхні Клейна на не більш ніж 9-ти вершинах, а в [6] наведено діаграми цих графів. Нехай 2-многовид  $S$  без країв (дірок) неорієнтованого роду  $\bar{\gamma}(S)$  подано як поверхню  $S'$  орієнтованого роду  $\gamma(S')$ , де  $\gamma(S') \geq 0$ ,  $\bar{\gamma}(S) = 2\gamma(S') + r$ , до якої приклеєно  $r$  лент Мебіуса,  $r > 0$ ; наприклад, поверхня  $S$  є пляшкою Клейна коли  $\gamma(S') = 0$  і  $r = 2$ , чи поверхня  $S$  роду  $\bar{\gamma}(S) = 3$  матиме  $S'$  - тор із однією приклеєною лентою Мебіуса. Для заданого вкладення  $f$ ,  $f: G \rightarrow S$ , графа  $G$  в  $S$  та заданої множини точок  $X$ ,  $X \subset G^0 \cup G^1$  визначимо

$t_G(X, S, f), t = t_G(X, S, f)$ , число досяжно сті множини  $X$  відносно  $S$ , якщо існує підмножина  $S_G(X), S_G(X) = S \setminus f(G), S_G(X) = \{s_i\}_1^t$ , що задовольняє умові:  $(f(X) \subseteq \bigcup_{i=1}^t \partial s_i \cap X) \wedge (f(X) \not\subseteq \bigcup_{i=1, i \neq j}^t \partial s_i \cap X), j=1, 2, \dots, t$ . Будемо говорити, що множина  $X$  має число досяжності  $t, t_G(X, S) = t$ , відносно  $S$ , якщо серед всіх неізоморфних вкладень  $f, f: G \rightarrow S$  число  $t$  є найменшим серед чисел  $t_G(X, S, f)$ . Вважатимемо надалі, що  $\bar{\gamma}$  позначено через  $\gamma$ .

**Визначення 1.** Нехай задано вкладення  $f, f: G \rightarrow S$ , графа  $G$  в  $S$ , яке реалізує  $t, t_G(X, S) = t$ , де  $S_G(X) = S \setminus f(G), S_G(X) = \{s_i\}_1^t$ . Будемо говорити, що відносно заданої поверхні  $S$  множина  $X$  матиме характеристику  $\theta_G(X, S, f), \theta_G(X, S, f) = \theta, \theta \geq 1$ , якщо існує  $\theta$  трійок кліток  $\{s_i\}_1^3$  з множини  $S_G(X)$ , на границях яких підмножини  $X_i, X_i \subseteq X$ , розміщуються довільним чином і задовольняють співвідношенню:  $G^0 \cap \partial s_1 \cap \partial s_2 \supseteq \{a_1\} \wedge G^0 \cap \partial s_2 \cap \partial s_3 \supseteq \{a_2\} \wedge G^0 \cap \partial s_1 \cap \partial s_3 \supseteq \{a_3\}$ , та породжує найменший по включенню підграф  $G'$  графа  $G$ , (можливо вироджений в точку), який містить точки  $\{a_i\}_1^3$  попарного перетину границь кліток  $\{s_i\}_1^3$ ; Множина  $X$  матиме відносно  $S$  характеристику  $\theta_G(X, S)$ , якщо  $\theta_G(X, S) = \max \theta_G(X, S, f)$ , де максимум береться по всім неізоморфним вкладенням  $f, f: G \rightarrow S$ , що реалізують  $t_G(X, S) = t$ .

**Визначення 2.** Нехай задано вкладення  $f, f : G \rightarrow S$ , графа  $G$  в  $S$ , яке реалізує  $t, t_G(X, S) = t$ , де  $S_G(X) = \{s_i\}_1^t$ ,  $S_G(X) = S \setminus f(G)$ , та виконується рівність  $\theta_G(X, S) = 0$ . Будемо говорити, що відносно  $S$  множина  $X$  матиме характеристику  $\partial\theta_G(X, f)$ ,  $\partial\theta = \partial\theta_G(X, f)$ ,  $\partial\theta \geq 1$ , якщо існує підмножина  $\{s_i, s_j, s_k\}$ , множини  $S_G(X)$ , яка задовольняє співвідношенням:  $G^1 \cap \partial s_i \cap \partial s_j \supset \{(a_1, b_1)\}$  і  $G^1 \cap \partial s_i \cap \partial s_j \supset \{(a_2, b_2)\}$ , для всіх  $i \neq j \neq k$ ,  $i, j, k = 1, 2, 3$ . На границях  $\{\partial s_i, \partial s_j, \partial s_k\}$  множина  $X$  розміщується довільним чином, якщо не містить точок ребер  $(a_1, b_1)$ ,  $(a_2, b_2)$  та особливим чином (без точок множини  $X$  на  $\partial s_j \setminus L(a_1, a_2) \cup \{(a_2, a_{20}), (a_1, a_{10})\}$ ), якщо містить принаймні точку цих ребер. Також існуватимуть клітка  $s_0$  та, можливо, клітка  $s_{00}$ . Клітка  $s_0, s_0 \in (S \setminus f(G)) \setminus S_G(X)$ , границя якої містить простий ланцюг  $L(a_1, a_2)$  ненульової довжи ни із кінцевими вершинами  $a_1, a_2$  спільно із  $\partial s_j$  і два простих ланцюги, можливо вирод жених в точку,  $L_1(a_1, a_{12}), L_1(a_2, a_{22})$  спільними з  $\partial s_i$  та  $\partial s_k$ , відповідно, та ребро  $(a_{12}, a_{22})$ . Клітка  $s_{00}, s_{00} \in (S \setminus f(G)) \setminus (S_G(X) \cup \{s_0\})$ , має границю яка містить простий ланцюг  $L(a_{10}, a_{20})$  ненульової довжини із кінцевими вершинами  $a_{10}, a_{20}$  спільно із  $\partial s_j$ . Множина  $X$  матиме характеристику  $\partial\theta_G(X, S)$ , якщо  $\partial\theta_G(X, S) = \max \partial\theta_G(X, S, f)$ , де максимум по неізоморфним вкладенням  $f : G \rightarrow S$ , що реалізують  $t_G(X, S) = t$  та  $\theta_G(X, S)$ .

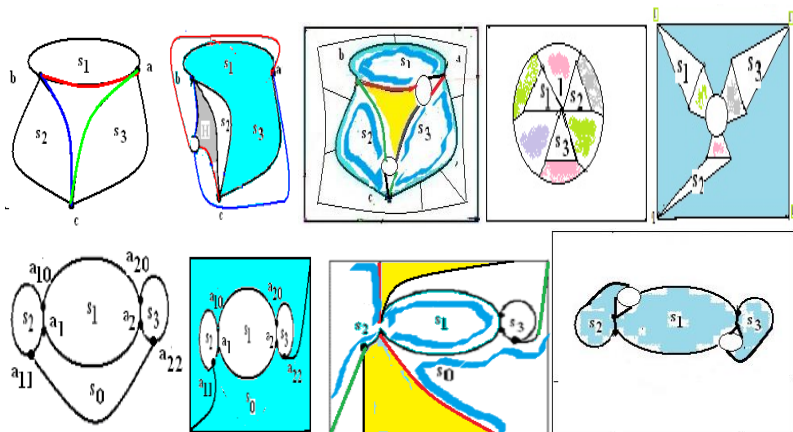


Рис. 1. В 1-му ряду на перших трьох картах циклічна кліткова структура, а інші ілюструють зіркову на проєктивній площині та плящі Клейна, на 2-му ряду перших трьох картах проілюстровано ланцюжкову кліткову структуру на проєктивній площині та плящі Клейна.

**Визначення 3.** Позначимо через  $krt_G(M)$ ,  $kr = krt_G(M)$ ,  $kr$ - кратність доступу до елементів підмножини  $M$  множини точок графа  $G$ , як найбільшу кількість варіантів вибору різних підмножини  $S_G(M, S_\gamma)$  множини клітин  $S_\gamma \setminus f(G)$  на границях яких розміщуються всі точки з підмножини  $M$ , узята по всіх мінімальних вкладеннях  $f$ ,  $f : G \rightarrow S_\gamma$ , графа  $G$  в поверхню  $S_\gamma$ . Іншими словами, це найбільша кількість зірок які приєднані кінцевими вершинами до кожного елемента підмножини  $M$  та вкладені до різних  $kr$  2-кліток із множини  $S_\gamma \setminus f(G)$ .

**Визначення 4.** Позначимо через  $ms_G(M, s, f)$ ,  $k = ms_G(M, s, f)$ ,  $k$  - сторонність доступу із довільної внутрішньої точки замкнутої заданої клітки  $\bar{s}$  до кожної точки заданої підмножини  $M$  множини точок графа  $G$ , де  $|M| > 2$ , що

полягатиме у наявності такої клітки  $s$ ,  $s \in S_{f(G)}(M, S_\gamma, s)$ , де  $f$  - задане мінімальне вкладення  $f: G \rightarrow S_\gamma$  графа  $G$  в поверхню  $S_\gamma$ , яка на своїй границі  $\partial s$  містить  $k$  копій підмножини  $M$ . Найбільшу кількість копій підмножини  $M$  на  $\partial s$  серед всіх клітин  $s$  заданого мінімального вкладення  $f$ ,  $f: G \rightarrow S_\gamma$ , графа  $G$  в поверхню  $S_\gamma$ , позначимо через  $ms_G(M, f)$ . Іншими словами, це найбільша кількість зірок графа  $G$  які приєднані кінцевими вершинами до кожного із принаймні трьох елементів множини  $M$  та вкладені до однієї клітки із множини  $S_\gamma \setminus f(G)$  заданого мінімального вкладення  $f$ ,  $f: G \rightarrow S_\gamma$ , графа  $G$  в  $S_\gamma$ .

**Визначення 5.** Будемо називати  $(ms_G(M, f_1), ms_G(M, f_2), \dots, ms_G(M, f_N))$  вектором  $l$ -стороннього доступу до множини  $M$  точок графа  $G$  із довільної внутрішньої точки замкнутої заданої клітки  $\bar{s}$ ,  $s \in S_\gamma \setminus f_k(G)$ ,  $l = l(s)$ , до кожної точки заданої підмножини  $M$ , де  $l > 0$ ,  $|M| > 2$ ,  $\{f_k\}_{k=1}^N$  - множина всіх неізоморфних мінімальних вкладень  $f_k, f_k: G \rightarrow S_\gamma$  графа  $G$  в  $S_\gamma$ . Найбільше  $l, l = l(s)$  серед чисел  $ms_G(M, f_k)$  узяті по всім  $s$  та всім  $f_k, s \in S_\gamma \setminus f_k(G)$ , називатимемо характеристикою  $l$ -стороннього доступу до множини  $M$  точок графа  $G$  та позначимо через  $ms_G(M)$ .

**Твердження 1.** Мають місце наступні співвідношення:

1. Граф,  $G = K_6$ , має на  $N_2$  число досяжності множини вершин  $t_G(K_6^0, N_2) = 2$  та не має вершини з подвійним доступом та кожне видалене ребро зменшує число  $t_G(K_6^0, N_2)$ ;
2. Граф  $G, G = K_5$ , має на  $N_2$  число досяжності множини вершин  $t_G(G^0, N_2) = 1$  та дві вершини з двостороннім доступом, а

граф  $G, G = K_5 \setminus e$ , має на  $N_2$  три вершини з двостороннім доступом;

3. Граф  $G, G = K_7$ , має рід  $\gamma(G) = 3$ ; 4. Граф  $G, G = K_8 \setminus K_{1,2}$ , має рід  $\gamma(G) = 3$ ;

5. Граф  $G, G = K_6 \setminus 2K_2$ , має на  $N_2$  число досяжності множини вершин  $t_G(G^0, N_2) = 2$  та має вершину з подвійним доступом;

6. Множина вершин  $K_{3,3}^0$  графа  $K_{3,3}$  має кратний доступ і є досяжною відносно  $N_2$ ;

Доведення проілюстровано на рис 2, де на перших двох картах зображено вкладення графа  $K_7$  в  $N_3$ , відповідно, побудовані як продовження вкладення  $f_6$  графа  $K_6$  в  $N_2$  та вкладення  $f_5$  графа  $K_5$  в  $N_2$ , причому синім кольором позначимо клітку з множини  $N_2 \setminus f_5(K_5)$  на якій маємо подвійний доступ до вершин з під множин  $\{4\}, \{1\}$ . На четвертій карті зображено мінімальне вкладення графа  $K_8 \setminus K_{1,2}$  в  $N_4$ . На п'ятій карті зображено вкладення графа  $K_6$  в  $N_2$  яке реалізує число  $t_G(G^0, N_2) = 2$  та видно зменшення цього числа при видаленні ребра (3,5).

**Твердження 2.** Мають місце наступні співвідношення:

1. Граф  $G_1, \bar{G}_1 = K_8 \setminus 4K_2^1$ , є  $\varphi$ -образом графа  $K_7 \setminus 3K_2$  та зірки  $St_6(v_7)$  з центром  $v_7$  та шістьма висячими променями, кінцеві вершини яких попарно приєднано до кожної вершини підграфа, які утворюють множини з числом досяжності 2 відносно  $N_2$ ;

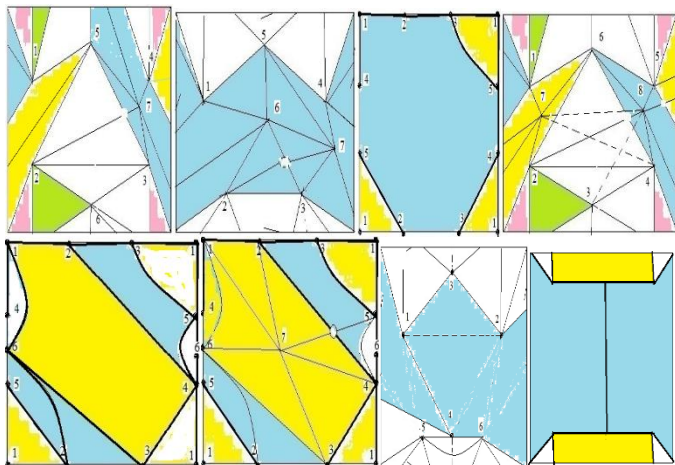


Рис. 2. На другій карті вершини 1,4 графа  $K_5$  мають на  $N_2$  двосторонній доступ, а на 3-й,5-й,6-й,8-й картах ребра позначені дугами та відрізками товстих ліній.

2. Граф  $G_2$ ,  $\bar{G}_2 = K_8 \setminus (K_4 \setminus K_{1,2}^1)$ , є  $\varphi$ -образом графа  $K_7 \setminus e$  та зірки  $St_5(v_4)$  з центром  $v_4$  та шістьма п'ятьма променями, кінцеві вершини яких попарно приєднано до кожної вершини підграфа  $K_5$ , які утворюють множину з числом досяжності 1 відносно  $N_2$ ;

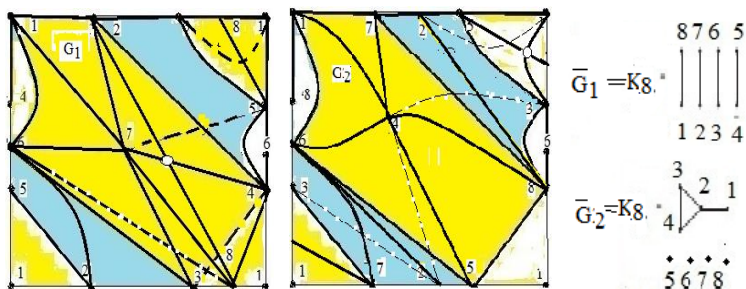


Рис. 3. На першій карті маємо вкладення графа  $G_1$  в  $N_3$ , а на другій карті графа  $G_2$  в  $N_3$



3. Граф  $G_3$ ,  $\bar{G}_3 = K_8 \setminus 2K_3^1$ , є  $\varphi$ -образом графа  $K_{3,3}$  та квазізірки  $St_{6,6}(K_2)$  з центром із ребра з вершинами  $v_7, v_8$ , кожна з яких приєднана висячими ребрами до кожної вершини з множини  $K_{3,3}^0$ , яка має кратний доступ і є досяжною відносно  $N_2$ ;

4. Граф  $G_4$ ,  $\bar{G}_4 = K_8 \setminus 2St_{3,3}^1(K_2)$ , є  $\varphi$ -образом графа  $K_6$  та квазізірки  $St_{3,3}(K_2)$  з центром із ребра з вершинами  $v_7, v_8$ , кожна з яких приєднана висячими ребрами до кожної вершини з множини  $K_6^0$ , які утворюють множину з числом досяжності 2 відносно  $N_2$ ;

5. Граф  $G_5$ ,  $\bar{G}_5 = K_8 \setminus (St_4^1(v_8) + St_2^1(v_7))$ , є  $\varphi$ -образом графа  $K_6$  та квазізірки  $St_{3,4}(K_2)$  з центром із ребра з вершинами  $v_7, v_8$ ,  $v_7, v_8$ , кожна з яких приєднана висячими ребрами до кожної вершини з множини  $K_6^0$ , які утворюють множину з числом досяжності 2 відносно  $N_2$ .

Доведення. Схеми доведення тверджень 1,2,3,4,5 впливають з карт графів на рис. 3,4.

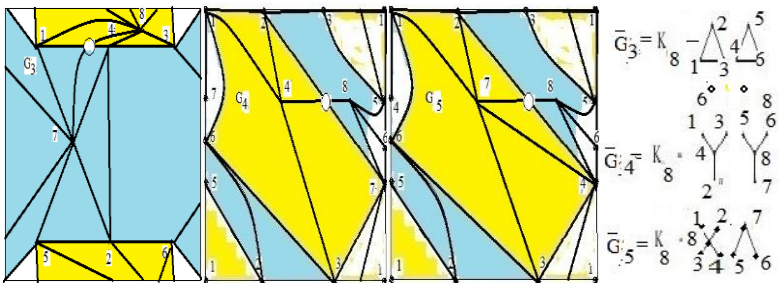


Рис. 4. На першій, другій та третій картах маємо вкладення графів  $G_3, G_4, G_5$  в  $N_3$

**Теорема 1.** Кожен граф-обструкція  $H$  для  $N_2$ -неорієнтованої поверхні рода 2 задовольняє наступним співвідношенням:

1. Кожне ребро  $u, u = (a, b)$ , розміщується на ленті Мебіуса деяким мінімальним вкладенням графа  $H$  в  $N_3$  та існує локально площинний підграф  $K$  графа  $H \setminus u$ , який задовольняє умові:  $(t_K(\{a, b\}, N_3) = 1) \wedge (t_{K \cup u}(\{a, b\}, N_2) = 2)$ ;

2. Існує найменша по включенню множина різних підграфів  $K_i$  2-зв'язного графа  $H$  гомеоморфних  $K + e$  - локально площинним підграфам  $K$  із доданням ребром  $e$  (принаймні  $K + e \cong K_5$ , чи  $K + e \cong K_{3,3}$ ), що покриває множину ребер графа  $H$ .

Доведення. Доведемо співвідношення 1. Нехай  $u, u = (a, b)$ , довільне ребро графа-обструкції  $H$  для неорієнтованої поверхні  $N_2$  рода 2 та мінімальне вкладення  $f, f : H - u \rightarrow N_2$ , яке розташовує кінцеві вершини ребра  $u = (a, b)$  на границях двох кліток  $s_1, s_2, s_i \in S_H(N_2, f), S_H(N_2, f) = N_2 \setminus f(H)$ , де  $a \in \partial s_1, b \in \partial s_2$ . Відмітимо, що  $s_1 \neq s_2$ , тобто матимемо рівняння  $t_{H \setminus u}(\{a, b\}, N_2) = 2$ , бо у разі однієї клітки  $s_1 = s_2$  було б можливо продовжити вкладення шляхом розміщення ребра  $f(u)$  в середину клітки  $s_1$ , що суперечить визначенню граф-обструкції для неорієнтованої поверхні  $N_2$  рода 2. Тоді існуватиме найменший по включенню локально площинний на неорієнтованій поверхні  $N_2$  підграф  $K$  графа  $H \setminus u$ , який містить всі вершини, що виходять на границі кліток  $\partial s_1 \cup \partial s_2$ , тобто задовольняє рівності  $t_{H \setminus u}(\{a, b\}, N_2) = 2$ . Довизначивши вкладення  $f$  шляхом додавання відрізка  $[a, b]$  до 2-зв'язного підграфа  $f(K)$ , матимемо перетин принаймні одного ребра  $f(u')$  з  $[a, b]$ . Приклеїмо до  $N_2$  ленту Мебіуса в місці перетину ребер  $f(u')$ , та перевизначимо вкладення  $f : H - u \rightarrow N_2$  шляхом розведення на ленті Мебіуса ребра  $f(u')$  з ребром  $f'(u)$ . Тим самим отримаємо мінімальне вкладення  $f', f' : H \rightarrow N_3$ , яке розташовує кінцеві вершини ребра  $u = (a, b)$  на

граничі однієї клітки, та рівність  $t_H(\{a,b\}, N_3) = 1$ . Доведення співвідношення 1. закінчене. Доведемо співвідношення 2 використовуючи наведені вище позначення для виділення локально площинних підграфів  $K_i$  графа  $H \setminus u$ , який задовольняє умові:  $(t_{K_i}(\{a,b\}, N_3) = 1) \wedge (t_{K_i \setminus u}(\{a,b\}, N_2) = 2)$ .

Розглянемо всі можливі випадки для графа  $H \setminus u$ :

1). Існує простий цикл  $f(z)$  графа  $H \setminus u$ ,  $u = (a,b)$ , який містить вершини  $a \in \partial s_1, b \in \partial s_2$ ;

2). Не існує простого циклу  $f(z)$  графа  $H \setminus u$ , який містив би вершини  $a \in \partial s_1, b \in \partial s_2$ ;

**Випадок 1).** Циклом  $f(z)$  буде простий цикл, який містить принаймні ребра з кінцевими вершинами  $a \in \partial s_1, b \in \partial s_2$  та входить до об'єднання границь тих кліток чи псевдокліток  $s_i$ ,  $s_i \in N_2 \setminus f(H)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , що утворюють ланцюжок з початком в  $s_1$  та кінцем в  $s_n$ ,  $s_n = s_2$ , а кожна наступна клітка ланцюжка матиме принаймні одне спільне ребро із попередньою кліткою цього ланцюжка. У виродженому випадку цей ланцюжок кліток складатиметься тільки з двох трикутних кліток чи псевдокліток  $s_1, s_2$ . В графа  $H \setminus u$  має існувати найменший по включенню локально площинний підграф  $K$ , який задовольняє умові:  $(t_K(\{a,b\}, N_3) = 1) \wedge (t_{K \setminus u}(\{a,b\}, N_2) = 2)$ , бо інакше порушуватиметься умова про  $H$  як граф-обструкцію. Тобто мають бути, або три ланцюги ненульової довжини, що належать границям кліток ланцюжка і мають спільну кінцеву вершину, або два зхрещених на площині діагональ них відносно  $f(z)$  ланцюги  $L_1, L_2$  ненульової довжини, (один з них належатиме до границь кліток ланцюжка, а інший не матиме спільних ребер із границею жодної клітки ланцюжка), які парами своїх кінцевих вершин розділятимуть один одного та пару вершини  $a, b$  на  $f(z)$ . Тоді локально площинний підграф  $K$  матиме вигляд  $f(z) \cup L_1 \cup L_2$  тобто  $f(K) \cong K_4$ , та задовольнятиме умові:

$t_{K|u}(\{a,b\}, N_2) = 2$  для довільного ребра  $u = (a,b)$ . У випадку коли вершини  $a, b \in$  внутрішніми точками несуміжних ребер графа  $K$ , то граф  $K + (a,b) \cong K_{3,3}$ .

**Випадок 2).** Нехай не існує простого циклу  $f(z)$  графа  $H \setminus u$ , який містив би вершини  $a \in \partial s_1, b \in \partial s_2$ . Це означатиме що, видалене ребро  $u = (a,b)$  розірвало той простий цикл  $z'$  графа  $H$ , що за умови 2- зв'язності графа  $H$  проходив через вершини  $a, b$ . Тоді має бути 2-зв'язний підграф  $H'$  графа  $H \setminus u$  який має вершину  $a$  та простий ланцюг  $L'$ , який задовольнятиме умові  $H' \cup L' \cup u \supseteq z'$ . Для 2-зв'язного підграфа  $H'$  виконуватиметься наведений вище випадок 1). Доведення для випадку 2) закінчене. Таким чином для кожного ребра  $u$  графа 2-зв'язного графа  $H$  є підграф  $K_i$ ,  $K_i = K(u) + u$ , де локально площинний підграф  $K(u)$  із доданим ребром  $u$  (принаймні  $K + e \cong K_5$ , чи  $K + e \cong K_{3,3}$ ). Тоді об'єднання всіх таких  $K_i$  покриває множину ребер графа  $H$ . Доведення співвідношення 2 закінчене. Доведення теореми закінчене.

**Наслідок 1.** Граф-обструкція  $H$  для неорієнтованої поверхні рода  $2 \in \varphi$ - образом двох квазізірок  $St_{n_1, n_2, \dots, n_{k_1}}(H_1)$ ,  $St_{m_1, m_2, \dots, m_{k_2}}(H_2)$  з центрами - підграфами  $H_i$ ,  $k_i = |H_i|, i \neq j, i, j = 1, 2$ , де одна квазізірка може не мати висячих ребер, у яких кожна  $l$ -та вершина інцидентна  $nl$  висячим вершинам ребер, що приєднуються кінцевими вершинами до  $ml'$  вершин підграфа  $H_j$ , де  $l = 1, 2, \dots, k_1, l' = 1, 2, \dots, k_2, i \neq j, i, j = 1, 2$ , саме ці кінцеві вершини утворюють множину точок приєднання з числом досяжності 2 відносно  $N_2$  та мають наступні властивості: а). для 2-зв'язного  $H$  кожна вершина центру  $H_i$  з підмножини точок приєднання приєднана, або висячим ребром до однієї вершини підграфа  $H_j$ , або двома висячими ребрами до кожної з кінцевих вершин деякого ребра підграфа  $H_j$ , або трьома висячими ребрами до

кожної вершини підграфа  $K_3$  графа  $H_j$ , де  $i \neq j, i, j = 1, 2$ ; б). кожне ребро підграфа  $H_i$  чи  $H_j$  є суттєвим при операції його видалення, або відносно неорієнтованого роду  $\gamma(H_i)$  чи  $\gamma(H_j)$ , де  $i \neq j, i, j = 1, 2$ , або відносно числа досяжності  $t_{H_i}(X_{ij}, N_2)$ , множини точок приєднання  $X_{ij}$ ,  $X_{ij} = X(H_i, H_j)$ , квазізірки  $St_{n_1, n_2, \dots, n_{k_1}}(H_1)$  до графа  $H_j$ , де  $i \neq j, i, j = 1, 2$ , або відносно числа багатосторонності  $ms_{H_i}(X_{ij}, N_2)$ , множини точок приєднання  $X_{ij}$ ,  $X_{ij} = X(H_i, H_j)$ , квазізірки  $St_{n_1, n_2, \dots, n_{k_1}}(H_1)$  до графа  $H_j$ , де  $i \neq j, i, j = 1, 2$ .

### Література

1. Хоменко М. П.  $\phi$ -перетворення графів. препринт ИМ АНУ, Київ, 1973, 383 с.
2. Хоменко М. П. Топологические аспекты теории графов. пт ИМ АНУ, Київ, 1970.
3. Хоменко Н. П. Островерхий Е. Б. Существенные элементы и род графа. препринт "Минимальные вложения графов" ИМ АНУ, Київ, 1972, 62 с.
4. Cashy J., Irreducible graphs for the Klein bottle, Ohio State University Ph.D. Thesis, 2000.
5. Mohar B., Thomassen C., Graphs on Surfaces, Johns Hopkins University Press, 2001.
6. Suhkjin Hur. The Kuratowski covering conjecture for graphs of order less than 10, Phd, Ohio State University, 2008.
7. Петренюк В.І., Петренюк Д.А., Нова верхня межа неорієнтованого роду простого графа., 2019

# ПЕРШОПОЧАТКИ І СТАНОВЛЕННЯ УКРАЇНСЬКОЇ АКАДЕМІЇ НАУК

(до 100-річчя Національної академії наук України)

О. Полевецька, В. Шендеровський

*Інститут фізики НАН України, Київ*

*Abstract.* The paper gives information about the beginning of the birth of a higher educational establishment in Ukraine and the fate of scientists whose scientific achievements laid the academic science of the young Ukrainian state. Since the foundation of the National Academy of Sciences of Ukraine, 100 years have passed. The names of its first members, some of which were practically forgotten and unknown, and their scientific achievements were removed from encyclopedic books of the Soviet era, deserve a return.

Мета нашої розвідки – подати інформацію про першопочатки зародження вищого академічного закладу України та долю вчених, науковими доробками яких закладалася академічна наука молодій Українській державі.

Отож ідея створення Української академії найперше виникла серед членів Наукового товариства імені Тараса Шевченка, заснованого у Львові 1873 року: «Товариство ім. Шевченка намагалося своєю діяльністю наблизитись до таких завдань, які виконує академія наук, і на деяких ділянках наукової праці воно з честю могло рівнятись до академій інших націй...» Але ідея потребувала чину.

8 липня 1917 року на засіданні Українського наукового товариства сформували Комісію для організації Академії наук. Однак лише в травні наступного року, коли міністром освіти в уряді Скоропадського став відомий історик Микола Василенко, почалася робота. Василенко послідовно і наполегливо відстоював кандидатуру Вернадського на посаду керівника майбутньої академії. Незабаром з Полтави до Києва приїхав і сам Вернадський. Саме в цей період найяскравіше проявилася подвижницька діяльність Вернадського задля створення Української академії наук. У листі до професора східних мов у Москві Агатангела Кримського він, запрошуючи вченого до організації Академії наук у Києві, зокрема пише: «... вважаю

важливою цю установу і з точки зору українського відродження, і з точки зору загальнолюдської...».

Ці думки Вернадський виклав також у програмній промові «До заснування Української Академії в Києві» на першому засіданні новоствореної Комісії з вироблення законопроекту УАН 9 липня 1918 року.

Вернадський розумів: «Важливо створити сильний центр наукових досліджень українського народу, його історії, його мови, природи України. Звичайно, треба вести ці дослідження не за національною ознакою, а в найширшому загальнолюдському масштабі. Треба якнайшвидше створювати катедри і лабораторії, інститути, які спочатку, можливо, й будуть зайняті росіянами... Але становище скоро зміниться, бо посади в Академії виборні. Дуже скоро заявлять про себе місцеві сили».

Ці дуже цікаві спогади Вернадського про заснування Академії наук вперше надруковані у повному обсязі у 22 випуску щорічника «Наука і культура» за 1988 рік. Володимир Вернадський написав їх 1943 року на прохання тодішнього президента Академії наук УРСР Олександра Богомольця. Ось ще одна цитата: «У Києві мого часу і в Українських територіальних університетах – Київському, Харківському, Одеському – ідейно українські вчені на роботу не могли влаштуватися. Навпаки, на історико-філологічних факультетах, де національні традиції могли проявлятися яскраво і сильно, підбір професорів для України був надзвичайно несприятливий. Систематично за понад сорок років Міністерство заміщало катедри історії особами, котрі ставилися до українського руху різко негативно або вороже. В цих університетах завжди існувала більшість, яка систематично проводила тенденцію русифікації». Ця думка вченого, на жаль, актуальна і сьогодні.

Не применшуючи ролі УНТ, історична справедливість вимагає визнати, що вирішальну роль у створенні Академії відіграли наукові сили, об'єднані Вернадським і Василенком.

З метою організації Української академії наук було створено комісію для підготовки законопроекту про заснування УАН.

Вчені виробили концепцію установи, в якій збігалися б інтереси творчої особистості і наукового колективу, фундаментальної та прикладної науки.

Коли у вересні війна почала добігати кінця, то зрозумілою для всіх стала поразка центральних держав. Це відбилося і на настроях багатьох членів Ради Міністрів, тож гетьману довелося реорганізувати її склад. До нового кабінету Федора Лизогуба було прийнято кілька членів з Української партії соціалістів-федералістів, серед яких був і Петро Стебницький, призначений міністром народної освіти та мистецтв. Своєю незламною енергією за короткий час він «переводить через всі стадії підготовки й затвердження закон про Українську академію наук». І вже 14 листопада 1918 року законом українського уряду було засновано Українську академію наук, також було схвалено закон про земельну реформу. На цьому указі стоїть і підпис міністра народної освіти та мистецтв при уряді Скоропадського Петра Стебницького.

Зауважимо, що саме 14 листопада замість Кабінету Міністрів Лизогуба утворено інший кабінет із російських монархістів (останнім міністром освіти в уряді Скоропадського був Володимир Науменко). Отож заслуга Петра Стебницького, хай там якими були інші його здобутки, є визначальною в історії української науки.

Згідно із запропонованим статутом, дійсними членами УАН могли бути не лише громадяни Української держави, але й українські вчені із Західної України, а також іноземці за згодою двох третин дійсних членів УАН. Перших академіків було призначено постановою уряду 14 листопада. Всього 12 дійсних членів: геологи Володимир Вернадський та Павло Тутковський, біолог Микола Кащенко, механік Степан Тимошенко, правознавець Федір Тарановський, сходознавець Агатангел Кримський, літературознавець Микола Петров, лінгвіст Степан Смаль-Стоцький, історики Дмитро Багалій та Орест Левицький, економісти Михайло Туган-Барановський та Володимир Косинський.



27 листопада 1918 року відбулося перше засідання вищого органу новоствореної академії. Президентом УАН було одноставно обрано Володимира Вернадського, віцепрезидентом – Дмитра Багалія, а неодмінним секретарем Агатангела Кримського. Було затверджено і перші три відділи академії: Історико-філологічний, Фізико-математичний і Відділ соціальних наук, які охоплювали 3 інститути, 15 комісій і національну бібліотеку.

Після захоплення Києва більшовиками, у грудні 1919 року Вернадський подав у відставку і президентом УАН став Орест Левицький, а сама організація 14 червня 1921 року була перейменована на Всеукраїнську академію наук (ВУАН) і підпорядкована наркомату освіти. Того ж року до ВУАН приєднано Київську археологічну комісію, Українське наукове товариство у Києві, Історичне товариство Нестора Літописця, Всенародну бібліотеку (тепер – Національна бібліотека України імені В. Вернадського). Для діяльності академії надано у користування садибу пансіону графині Левашової у Києві (тепер – приміщення Президії НАН України).

З часу заснування Національної академії наук України минуло 100 років. Імена перших її дійсних членів, деякі з яких були практично забуті і неznані, а їхній науковий доробок був вилучений із енциклопедичних довідників радянської доби, заслуговують повернення до аналізів української історичної науки.

### **Література**

1. Шендеровський В. З історії Української академії наук (до 100-річчя Національної академії наук України). // *Sensor electronics and microsistem technologies*. 2018. Т. 5, № 4. С. 5–17.

# ПРЕДЕЛЫ СИНГУЛЯРНЫХ МЕР

В.А.Романов

*Центрально-украинский государственный педагогический университет имени Владимира Винниченко*

*Аннотация.* Введены сингулярные по подпространству меры и исследованы пределы таких мер.

*Abstract.* The singular with respect to subspace measures are introduced and the limits of such measures are investigated.

**Введение.** Многие природные явления и значительная часть общественных процессов могут быть заданы мерами. К их числу относятся пространственные перемещения фермионов в квантовой и статистической физике, территориальные распределения ресурсов в экономической географии, перемешивания загрязняющих веществ в морских и речных акваториях, изменения ареалов биологических видов, капиллярные и внутриклеточные движения аминокислот в процессах протеинового синтеза. Такие процессы и явления характеризуются динамикой, которая может быть выражена в терминах предельных переходов соответствующих мер.

Меры можно разделить на 2 основные категории. Первую составляют те, которые непрерывны по некоторому подпространству  $H$  [1]. В эту категорию входят также меры с более сильными условиями согласованности со сдвигами вдоль подпространства - квазиинвариантные, дифференцируемые и аналитические по  $H$ . Пределы таких мер исследовались в работах автора [2] – [9]. Вторую категорию составляют меры, не входящие в первую. Согласно теореме 2 работы [9], слабо сходящиеся последовательности мер первой категории с общим базисом могут иметь своими пределами любые меры, в том числе 2-й категории, и даже сингулярные. Поэтому появляется необходимость исследования предельных переходов с сингулярными мерами.

**Постановка задачи.** Пусть  $X$  – полное сепарабельное метризуемое топологическое линейное пространство. Под

мерами в  $X$  понимаем вещественные счётно-аддитивные функции множества конечной полной вариации, определённые на борелевской сигма-алгебре этого пространства.

Напомним, что мера называется *дискретной*, если она сосредоточена на конечном или счётном множестве, и *диффузной*, если её значение на любом одноточечном множестве равно нулю.

**Определение 1.** Мера  $\mu$  называется *непрерывной по подпространству  $H$*  [1], если для любого вектора  $h$  из  $H$  и любого измеримого множества  $A$  значение меры на множестве  $A+th$  при стремлении  $t$  к нулю имеет своим пределом значение меры на  $A$ .

Заметим, что при ненулевом  $H$  каждая непрерывная по  $H$  мера диффузна.

Напомним, что две меры называются *взаимно сингулярными*, если они имеют непересекающиеся носители.

**Определение 2.** Мера называется *сингулярной по  $H$* , если она диффузна и имеет свойство взаимной сингулярности со всеми непрерывными по  $H$  мерами.

**Цель работы** состоит в исследовании пределов сингулярных по  $H$  мер.

### **Результаты работы.**

**Теорема 1.** Для ненулевого линейного подпространства  $H$  полного сепарабельного метризуемого топологического линейного пространства  $X$  каждую меру в  $X$  можно однозначно разложить в сумму непрерывной по  $H$ , сингулярной по  $H$  и дискретной мер.

Доказательство существования аналогично доказательству теоремы 1 работы [1], а единственность непосредственно вытекает из определений.

**Пример 1.** Если  $X=H=\mathbb{R}^n$ , то получается разложение Лебега.

**Пример 2.** Если  $H$  содержится в образе положительного оператора Гильберта-Шмидта, действующего в бесконечномерном гильбертовом пространстве, то указанное в теореме разложение не сводится к разложению Лебега по какой бы то ни было фиксированной мере.

Следующие две теоремы показывают, что для разных видов сходимости ситуации с пределами сингулярных по  $H$  мер кардинально различаются.

**Теорема 2.** Пусть последовательность сингулярных по ненулевому подпространству  $H$  мер  $\rho_k$  сходится на системе всех измеримых множеств пространства  $X$  к мере  $\rho$ . Тогда мера  $\rho$  тоже сингулярна по  $H$ .

Доказательство. Рассмотрим любую непрерывную по  $H$  меру  $\sigma$ . Ввиду сингулярности по  $H$  мер  $\rho_k$ , существуют их носители  $A_k$ , которые не пересекаются с некоторыми носителями  $B_k$  меры  $\sigma$ . Обозначим через  $B$  пересечение всех  $B_k$  и через  $A$  - объединение всех  $A_k$ . Тогда  $B$  - носитель меры  $\sigma$ ,  $A$  - общий носитель как мер  $\rho_k$ , так и меры  $\rho$ . Ясно также, что множества  $A$  и  $B$  не пересекаются. Таким образом, у мер  $\rho$  и  $\sigma$  нашлись непересекающиеся носители. Остаётся заметить, что  $\rho_k(E)=0$  для любого одноточечного множества  $E$ , а потому и  $\rho(E)=0$ . Теорема 2 доказана.

**Теорема 3.** Пусть  $H$  - ненулевое подпространство пространства  $X$ . Тогда в  $X$  существует такая сингулярная по  $H$  мера  $\rho$ , что для любой другой меры в  $X$  найдётся слабо сходящаяся к ней последовательность сингулярных по  $H$  мер  $\rho_k$  с общим базисом  $\rho$ .

Доказательство. Рассмотрим сдвиги какой-нибудь неотрицательной сингулярной по  $H$  меры на векторы всюду плотной в  $X$  последовательности и зададим сингулярную по  $H$  меру  $\rho$  как сумму ряда, составленного из этих сдвигов с нормирующими коэффициентами, обеспечивающими конечность меры  $\rho$ . Так построенная мера  $\rho$  принимает положительные значения на всех непустых открытых множествах, а потому по теореме 1 работы [9] для любой другой меры в  $X$  найдётся слабо сходящаяся к ней последовательность мер  $\rho_k$  с общим базисом  $\rho$ . Сингулярность по  $H$  мер  $\rho_k$  обеспечивается сингулярностью их базиса. Теорема 3 доказана.

## Література

1. Романов В.А. О непрерывных и вполне разрывных мерах в линейных пространствах // Доклады АН СССР. - 1976 - 227, № 3. - С.569-570.
2. Романов В.А. Пределы  $H$ -непрерывных мер в гильбертовом пространстве // Успехи матем. Наук - 1982. - 37, № 5. - С.199-200.
3. Романов В.А. Пределы квазиинвариантных мер в гильбертовом пространстве // Укр. Матем. Журн. - 1979. - 31, № 2. - С.211-214.
4. Романов В.А. Пределы дифференцируемых мер в гильбертовом пространстве // Там же. - 1981. - 33, № 2. - С.215-219.
5. Романов В.А. Предельные переходы с мерами в гильбертовом пространстве относительно различных видов сходимости // Там же. - 1984. - 36, № 1. - С.69-73.
6. Романов В.А. Интегральные операторы, порождаемые  $H$ -непрерывными мерами // Там же. - 1989. - 41, № 6. - С.769-773.
7. Романов В.А. Пределы аналитических векторных мер // Там же. - 1992. - 44, № 8. - С.1133-1135.
8. Романов В.А. Векторные меры различных классов гладкости и их пределы // Там же. - 1995. - 47, № 4. - С.512-514.
9. Романов В.А. Слабые базисы векторных мер // Там же. - 2007. - 59, № 10. - С.1436-1440.

# АРМ ОПТИМИЗАЦИИ, ДИАГНОСТИКИ, ЛЕЧЕНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗАБОЛЕВАНИЙ И ЕГО ИНФОРМАЦИОННО-ПОИСКОВАЯ СИСТЕМА.

Самарай В.П., Шахгериев М.А.-В., Бондаренко Н.В.,

Исрапилова Т.М., Берсанукаева Д.Р

*Киевский национальный технический университет  
Украины "Киевский политехнический институт  
им. И.Сикорского"*

*Чеченский государственный педагогический институт  
Аргунская городская больница*

## AUTOMATED WORKPLACE OF OPTIMIZATION, DIAGNOSTICS, TREATMENT AND FORECASTING OF DISEASES AND ITS INFORMATION-SEARCH SYSTEM.

*The Resume.* The necessity Is justified and the concept of a Computerized Working Place and its information retrieval system is offered on the basis of the Expert System for optimization of diagnostics, preventive measures, treatment, prediction and modeling of diseases. The offered principles of computerized detailed examination allow to reduce examination time and to save time of doctors and patients.

*Резюме.* Обоснована необходимость и предложена концепция построения автоматизированного рабочего места и его информационно-поисковой системы на базе экспертной системы для оптимизации диагностики, профилактики, лечения, прогнозирования и моделирования заболеваний. Предложенные принципы углубленного обследования с применением вычислительной техники позволяют сокращать сроки обследования и экономить время врачей и пациентов.

*Резюме.* Обґрунтовано необхідність і запропонована концепція побудови автоматизованого робочого місця і його інформаційно-пошукової системи на базі експертної системи для оптимізації діагностики, профілактики, лікування, прогнозування і моделювання захворювань. Запропоновані принципи поглибленого обстеження з застосуванням обчислювальної техніки дозволяють скорочувати терміни обстеження і заощаджувати час лікарів і пацієнтів

В условиях массовых лечебных мероприятий основным инструментом анализа их оптимальности и состояния здоровья пациента являются анамнез, объективные и субъективные

данные о начальном состоянии его здоровья, предварительный и окончательный диагноз, результаты текущего клинического (амбулаторного или стационарного) контроля, данные об изменениях за более крупные периоды времени. Кроме того, используется информация, отражающая генетические и психофизические особенности пациента, виды и способы традиционного и нетрадиционного лечения, физиологических процедур, состав и характеристики используемых фармакологических препаратов, состав и состояние лечебного оборудования. Вся информация обычно отражается в специальных носителях - медицинских картах, актах, сводках, фиксируется в специальных журналах учета. Такая информация носит качественный и количественный характер, может быть формализована, при этом обработка ее может быть реализована на ЭВМ без особых затруднений [1,2,3,4,5,6].

Отсутствие в настоящее время надежных, однозначно объективных общепринятых методик, алгоритмов и программного обеспечения для реализации системного подхода при диагностике, прогнозировании и моделировании заболеваний, оптимизации лечебных и профилактических мероприятий (процессов) приводит к тому, что **взаимосвязанные и совмещенные во времени физиологические процессы, происходящие при заболевании (признаки), а также процессы диагностики, лечения и прогнозирования результатов лечения и профилактики** рассматриваются как отдельные, самостоятельные этапы, в результате чего невозможно эффективное решение задач получения положительного результата при профилактике, распознавании и лечении заболеваний.

Оптимизация представляет собой многокритериальную задачу, решение которой должно обеспечить оптимальные профилактику и лечение. При этом многофакторный и многокритериальный характер задач, возникающих при моделировании, прогнозировании, диагностике заболеваний, назначении и оптимизации профилактических и лечебных

мероприятий, обуславливает необходимость применения системного подхода для их решения.

Системный подход в решении названных задач может быть осуществлен на основе АРМ, т.е. многоуровневой автоматизированной системы управления качеством диагностики и лечения. При ее создании необходимо соблюдать принцип системности, учитываемый в ее организационном (выбор комплекса технических средств), информационном (получение, передача, систематизация, хранение и поиск данных), методическом и программном обеспечении [7,8,9,10].

**С целью получения, накопления и использования литературных данных и данных собственных исследований, их анализа и синтеза на их основе оптимальных профилактических, диагностических и лечебных мероприятий** разработана концепция построения, а также методическое, алгоритмическое и программное обеспечение автоматизированного рабочего места (АРМ) как многофункциональной интегрированной системы (ИС) для:

**1) решения прямой задачи** разработки оптимального лечебного процесса, т.е. проведения имитационного моделирования и прогнозирования состояния пациента на его основе для используемых в клинике, исследуемых или уже оптимизированных лечебных процессов с помощью экспертной системы [1,2,3,4,5,6];

**2) решения обратной задачи** разработки оптимального лечебного процесса, т.е. для диагностики причин заболеваний [1,2,3,4,5,6].

Предложенные и взятые за основу АРМ в настоящей работе имитационная модель и метод экспертных систем, основанные на литературных данных и данных собственных исследований, позволяют решать такие задачи при различных ограничениях, накладываемых возможностями практикующего врача и клиническими условиями, либо врача-исследователя и задачами исследования. Общая схема оптимизации профилактических и лечебных мероприятий и место в ней имитационной модели, системы имитационного



моделирования, а также экспертной и информационно-поисковой систем иллюстрируется рис.1.

Объектом управления и оптимизации АРМ является профилактический или лечебный процесс, включающий этап наблюдений, подготовительный, диагностический и лечебно-профилактический этапы, выбор метода и плана лечения, лечение одним из известных способов (либо их сочетанием), контроль лечения и состояния здоровья пациента. Перечисленные этапы выделены в связи с задачами, решаемыми при оптимизации лечебного процесса.

Структура АРМ предусматривает логические, программные и информационные связи между входящими в ее структуру системами, а именно между программой имитационного моделирования, прогностическим и диагностическим модулями экспертной системы, а также СУБД "Имитационное моделирование, оптимизация лечения, прогнозирование и диагностика заболеваний" и СУБД "Научная и клиническая информация из литературных источников".

Преимущества компьютерной обработки информации в сочетании с возможностью использования таких алгоритмических методов как **имитационное моделирование, прогнозирование и диагностика** качества форм, стержней и отливок с помощью экспертных систем, **сохранение, систематизация и поиск литературных и собственных данных любой сложности** средствами СУБД позволяют использовать их в качестве основы для эффективной комплексной автоматизации работы практикующего врача или ученого-исследователя по совершенствованию профилактических и лечебных мероприятий и исследованию сущности и связи явлений, происходящих в течении и результате заболеваний, в частности, изучению влияния на них (корреляции) лечебно-профилактических мероприятий.

Эффективным современным инструментом для обработки больших массивов информации различного характера с помощью ЭВМ являются информационно-поисковые системы (ИПС) или системы управления базами

данных (СУБД). Современная ИПС представляет собой несколько банков данных (БД), находящихся в рамках одной или нескольких ЭВМ, объединенных общей системой управления (СУБД).

Для использования современных ИПС при решении **задач имитационного моделирования, анализа, прогнозирования и диагностики** заболеваний необходимо:

1.изучить характеристики и существующие потоки научно-прикладной, обзорной, статистической, клинической и производственной информации;

2.разработать новую структуру информационных потоков с учетом ее компьютерной обработки в рамках ИС или АРМ;

3.выбрать наиболее эффективные процедуры статистической и процедурной обработки информации.

4.разработать организационное, методическое, алгоритмическое и программное обеспечение для реализации процедур обработки информации на ЭВМ.

Общая схема решения задачи оптимизации процесса, т.е. всех ее этапов - имитационного моделирования, прогнозирования, анализа и диагностики представлена на рис.1.

Разработанная на этой основе структура комплекса программ ИПС, входящей в АРМ (ИС) представлена на рис.2.

**ИПС состоит из двух СУБД** на базе MS ACCESS [11,12], выполняющих различные, но тесно связанные между собой задачи информационного обеспечения **АРМ (ИС)**.

**СУБД "Научная и клиническая информация и ссылки из литературных источников"** предназначена для **проведения литературного обзора, патентного поиска, сохранения и систематизации** найденной информации, а также для ее детального анализа и дальнейшего использования в научных исследованиях, а также при назначении и оптимизации лечебно-профилактических мероприятий в клинике.

**СУБД "Имитационное моделирование, оптимизация лечения и диагностика заболеваний"** предназначена для

**практической клинической, экспериментальной и исследовательской работы,** т.е. для сохранения и систематизации исходных, промежуточных, итоговых (расчетных) данных вычислительных экспериментов, реальных и клинических наблюдений, а именно, анамнеза, объективных и субъективных данных о начальном состоянии здоровья, предварительного и окончательного диагнозов, результатов текущего клинического (амбулаторного или стационарного) контроля, данных об изменениях за более крупные периоды времени, а также для детального анализа всех данных и дальнейшего оперативного клинического и прикладного научного использования в рамках АРМ (ИС) оптимизации и управления (САУ или САР). Кроме того, используется информация, отражающая генетические и психофизические особенности пациента, виды и способы традиционного и нетрадиционного лечения, физиологических процедур, состав и характеристики используемых фармакологических препаратов, состав и состояние лечебного оборудования, время и результаты лечения (смоделированного и реального), результаты прогнозирования, длительный (отдаленный) контроль состояния пациента, анализ и диагностику причин заболеваний

Такие концепция, структура, методическое, информационное, алгоритмическое, и программное обеспечение АРМ (ИС) пригодны и могут использоваться для комплексного решения любых подобных научно-исследовательских и клинических задач.

Системы управления базами данных ИПС ориентированы на занесение, просмотр занесенных значений полученных ранее результатов наблюдений и расчетов, дают возможность полного редактирования и ввода дополнений по специальным формам. При занесении данных проводится отслеживание логичности и правильности занесения значений параметров моделирования и фактических данных.

АРМ и ИПС обладают всеми видами обеспечений, необходимыми для функционирования в автоматизированном

режиме, предполагают активное творческое участие пользователей, в том числе на эвристическом уровне.

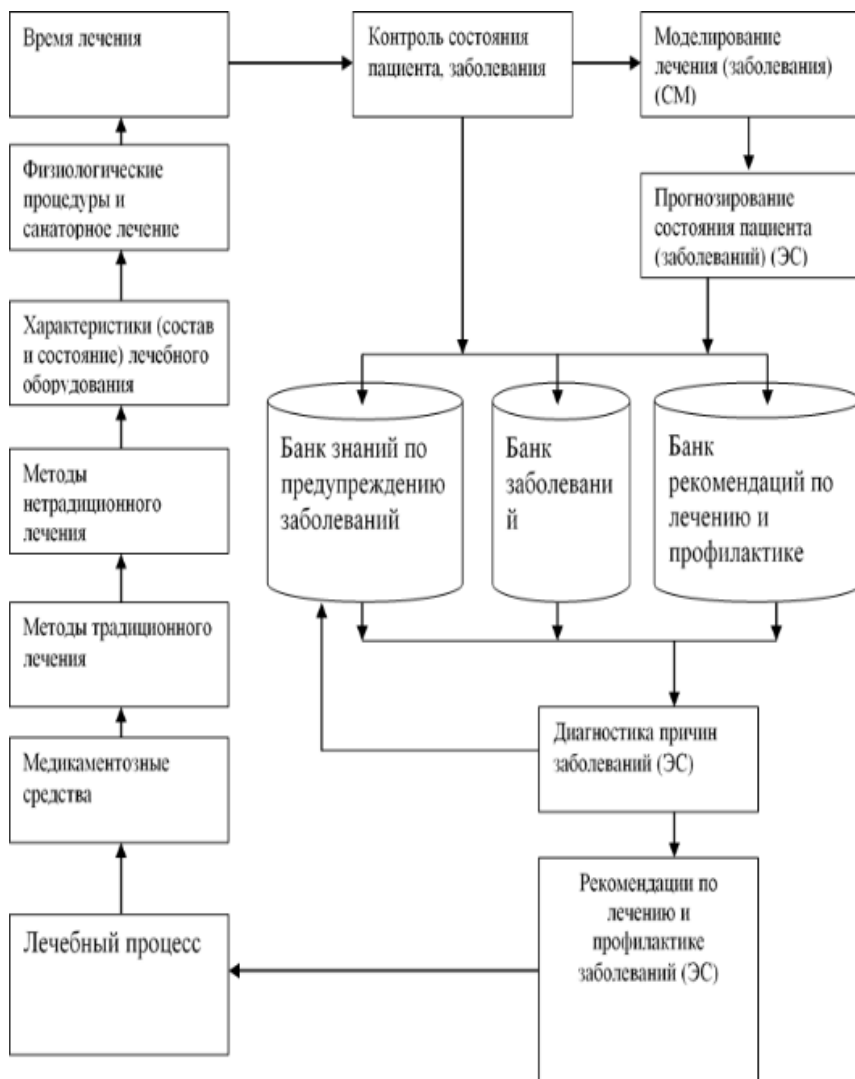


Рис.1. Схема оптимизации лечения, прогнозирования и диагностики заболеваний.

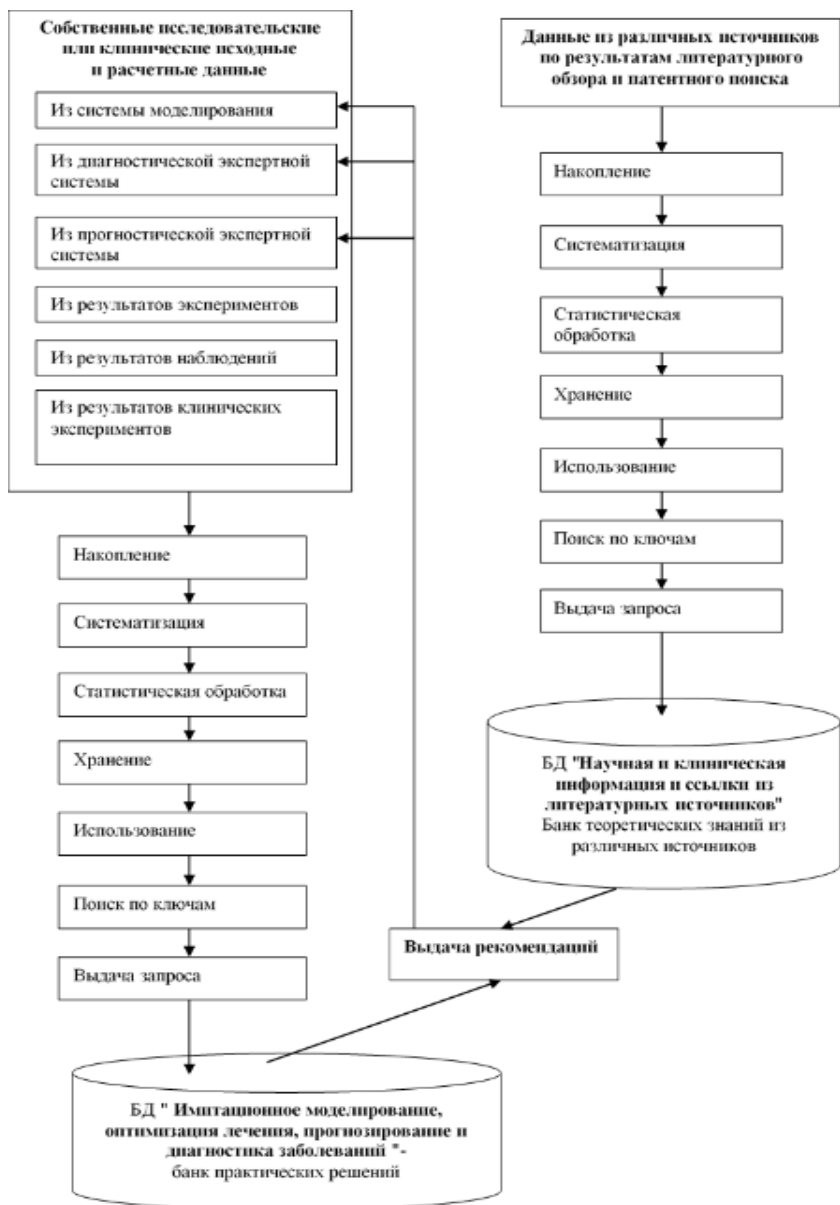


Рис.2. Схема функционирования информационно-поисковой системы.

### Заклучение:

Системный подход с использованием автоматизированного рабочего места позволяет значительно повысить качество ранней диагностики, моделирования, прогнозирования, профилактики и лечения заболеваний, а также повысить производительность труда врачей.

### **Литература**

1. Мирза А.И., Самарай В.П. Карта обследования больного, страдающего болевыми синдромами лица, как носитель первичной информации экспертной системы «ВНЧС» // Український стоматологічний альманах. -2001.-№2(3). - С.39-49.

2. Мирза А.И., Самарай В.П. Анализ карты обследования пациента с болевым синдромом дисфункции височно-нижнечелюстного сустава – этап построения экспертной системы "ВНЧС" // Современная стоматология. -2001. -№2(14). - С. 76-84.

3. Мирза А.И., Самарай В.П., Довбыш Н.А. Необходимость построения и принцип эксплуатации экспертной системы "ВНЧС" // Современная стоматология. - 2001.- №3(15). – С. 75-77.

4. Патент № 48750А (Україна). Спосіб диференційної діагностики захворювань / Н.О.Довбиш

5. Патент № 52914А (Україна). Спосіб діагностики захворювань / В.П.Самарай, Н.О.Довбиш, В.О.Маланчук, В.П.Неспрядько, П.О.Довбиш

6.Самарай В.П., Н.О.Довбиш, В.О.Маланчук, В.П.Неспрядько, О.І.Мірза, А.А.Копчак. Нова експертна система як засіб медичної діагностики та спосіб контролю якості підготовки лікарів //Клінічна хірургія.-2002.-№4, с.50-51

7.Бурлаков М.В. Инструментальные средства оптимизации управления дискретными технологическими и информационными процессами // Компьютеры + Программы.- 1995.- №9(24).- С.56-64

8.Хохлов В.В. Компьютер XXI века // Компьютеры + Программы.- 1995.- №9(24).- С.78

9.Корнеев С.В. К стандартизации управления через автоматизированные компьютерно-ориентированные производства // Компьютеры + Программы.- 1995.- №9(24).- С.80

10.Энгельке У.Д. Как интегрировать САПР и АСТПП: Управление и технология / Пер. с англ.В.В.Мартынюка, Д.Е.Веденева; Под ред. Д.А.Корягина. - М.: Машиностроение,1990. -320 с.

11.Пол Литвин, Кен Гетц, Майк Гилберт. Access 2000. Руководство разработчика. Том 1. Настольные приложения: Пер. с англ. - К.: Издательская группа ВНУ, 2000. - 1264 с.

12.Пол Литвин, Кен Гетц, Майк Гилберт. Access 2000. Руководство разработчика. Том 2. Корпоративные приложения: Пер. с англ. - К.: Издательская группа ВНУ, 2001. - 912 с.

### **Дополнительная литература**

1.Крисевич В.С. и др. Экспертные системы для персональных компьютеров. Методы, средства, реализации. Справочное пособие. - Минск, Вышэйшая школа, 1990, 190с.

2.Продеус А.Н., Захрабова Е.Н. Экспертные системы в медицине. – К., ТОО”ВЕК+”, 1998, 319с.

3.Рахманова З.Б., Ульянов С.В. Экспертные системы для лечебно-диагностических процессов.- Медицинская техника.1988, №6, с.23-41.

4.Уотермен Д. Руководство по экспертным системам.- М., ”Мир”, 1989, 388с.

5.Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. – М., “Высшая школа”,1989, 231с.

6.Мельников В.Г. Медицинская кибернетика. - К., Вища школа, 1978, 238с.

7.Полянцев В.А. Информатика и физиологическая кибернетика в стоматологии. “Нормальная физиология”,- М.,1989,с.225-234.

8.Шмелева А. Экспертные системы в медицине // Hard 'n' Soft .- 1995.- №3.- С.70-74

9.Трикоз Д.В. Нейронные сети: как это делается // Компьютеры + Программы.- 1993.- №4(5).- С.14

## ПОСТРОЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО РИСУНКА ПЛАНАРНОГО ГРАФА

Сгадов С.А.

*Запорожский Национальный Технический Университет*

*Abstract.* An algorithm for building of planar graph topological drawing on isometric cycles system was presented. Delphi classes for rotation matrix and cycles description was worked out.

Топологический рисунок планарного графа может быть задан вращением его вершин, то есть сформирована диаграмма вращений  $R_{ij}$ , каждая  $i$ -я строка которой содержит упорядоченный набор номеров инцидентных вершин, полученных при обходе по (или против часовой) стрелки исходящих из нее ребер. Таким образом, для укладки графа на поверхность необходимо иметь алгоритм, который определяет, по набору изометрических циклов диаграмму вращений вершин [1,2].

Пусть для данного планарного графа задано множество изометрических циклов в терминах вершин и существует обод, полученный как кольцевая сумма всех циклов базиса, тогда если вершины графа пронумерованы от 1 до  $N$  можно предложить следующий алгоритм построения матрицы вращения  $R_{ij}$ :

Пусть  $V_i$  – текущая вершина

**Шаг 1:** Найдем цикл номер  $j$  из набора циклов, в который входит текущая  $V_i$ -я вершина. Тогда рассмотрим тройку в циклической последовательности записи вершин, составляющий  $j$ -й цикл  $\langle \dots, V_{i-1}, V_i, V_{i+1}, \dots \rangle$  и впишем в строку  $V_i$  матрицы  $R$  вершины левее и правее текущей:  $V_{i-1}, V_{i+1}$



**Шаг 2:** Затем найдем такой цикл, что содержит ребро  $(V_i, V_{i+1})$  и добавим вершину, следующую за  $V_{i+1}$  в конец текущей строки матрицы  $R$ .

**Шаг 3:** Если конечный элемент строки матрицы  $R$  равен первому, то вращение для  $i$ -й вершины считается построенным и переходим к следующей строке матрицы  $R$ .

Шаги 1-3 повторяются до тех пока все вершины графа не будут рассмотрены.

Были разработаны класс  $TCycle$ , реализующий описание цикла в представлении вершин, класс  $TRotationMatrix$ , обеспечивающий доступ к структуре, представляющей диаграмму вращений, как к элементам матрицы. Кроме того, разработана система классов реализующая кортежи на основе одномерных динамических массивов, позволяющая обходить ошибки фрагментации памяти при перераспределении памяти и вводить свои методы работы с массивами.

Таким образом, в данной работе по представленному алгоритму [1] построения вращения вершин планарного графа для заданной системы независимых изометрических циклов, которые удовлетворяют нулевому функционалу Маклейна, создано программное математическое обеспечение, написанное на языке Delphi.

### **Литература**

1. Курапов С.В., Давидовский М.В. Единичные и изометрические циклы в графе // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наук. статей. Фіз.-мат. науки. - № 2. - Запоріжжя: ЗНУ. - 2017.- С.116-130.

2. Курапов С.В., Давидовский М.В. Алгоритмы построения топологического и геометрического рисунков графа СЭП // Компоненты и Технологии. - № 6 - 2017. – С.128-132.

# МАТРИЦІ $D$ -ДИСТАНЦІЙНИХ МАГІЧНИХ ГРАФІВ

Семенюта М.Ф., Шульгін В.А.

Льотна академія Національного авіаційного університету

## MATRIX OF THE $D$ -DISTANCE MAGIC GRAPHS

*Аннотація.* Изучаются свойства  $D$ -дистанционных магических графов.

*Abstract.* The properties of  $D$ -distance magic graphs are studied.

Найчастіше зручно мати справу не з розміченим графом, а з його матричними представленнями. Матриці розмітки описані в роботах [1-4]. Автори роботи [2] застосували матричний аналіз при вирішенні проблеми існування  $D$ -дистанційної магічної розмітки

$(D, r)$ -регулярно графа. В [3] отримані деякі результати щодо зв'язку між закритою дистанційною магічною розміткою графа і його спектром. В даній роботі продовжено дослідження властивостей матриць, асоційованих з  $D$ -дистанційними магічними графами, розпочате в [5].

Нехай задано звичайний граф  $G=(V, E)$  і множина  $D \subset \{0, 1, 2, \dots, d\}$ , де  $d = \text{diam}(G)$ . Під  $D$ -окілом вершини  $v$  розуміємо множину  $N_D(v) = \{u \in V(G) : d(u, v) \in D\}$ , де  $d(u, v)$  – відстань між вершинами  $v$  і  $u$  графа  $G$ .

Граф  $G$  порядку  $n$  називають  $D$ -дистанційним магічним, якщо існує бієкція  $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$  і така стала  $k$ , що для кожної вершини  $v \in V(G)$ ,  $\sum_{u \in N_D(v)} f(u) = k$ . Число  $k$  називають

$D$ -дистанційною (або дистанційною) магічною сталою розмітки  $f$ . При  $D = \{1\}$  розмітку  $f$  графа  $G$  називають *дистанційною магічною* або  $\Sigma$ -розміткою, а при  $D = \{0, 1\}$  –  $\Sigma'$ -розміткою. Також використовують термін « $l$ -вершина магічна» розмітка, якщо  $G$  є  $D$ -дистанційним магічним графом і  $D = \{l\}$ , де  $0 < l < d$ .

$(a, d)$ -Дистанційною антимагічною розміткою графа  $G$  порядку  $n$  називається така бієкція  $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ , для якої

множина всіх ваг вершин утворює арифметичну прогресію  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$  з першим членом  $a$  і різницею  $d$ , де  $a, d$  – фіксовані невід’ємні цілі числа,  $a \geq 1, d \geq 0$  [6]. Граф, що допускає таку розмітку, називають  $(a, d)$ -*дистанційним антимагічним*.

Квадратна матриця  $A_D=(a^D_{ij})$  порядку  $n \in D$ -*дистанційною* (або *дистанційною*) *матрицею* графа  $G$  порядку  $n$ , якщо  $a^D_{ij}=1$  тоді й тільки тоді, коли  $d(u_i, u_j) \in D$ , де  $u_i, u_j \in V(G)$ , в інших випадках  $a^D_{ij}=0$ .

Кожна матриця  $A_D$ , якщо  $0 \notin D$  і  $A_D - E$ , якщо  $0 \in D$  графа  $G$  порядку  $n$ , є матрицею суміжності деякого графа  $G_D$  порядку  $n$ , який є  $D$ -*надграфом* графа  $G$  [5].

**Теорема 1.** Якщо  $f$  –  $D$ -дистанційна магічна розмітка графа  $G$ , то для  $D$ -надграфа  $G_D$   $f$  є дистанційною магічною розміткою, якщо  $0 \notin D$  і  $(k-1, 1)$ -дистанційною антимагічною розміткою, якщо  $0 \in D$ .

Кожному розміченому графу  $G$  єдиним чином ставиться у відповідність матриця  $A_D$ . Обернене твердження невірне. Дві дистанційні матриці  $A_{D_1}$  і  $A_{D_2}$  відповідно графів  $G$  і  $H$  порядку  $n$  є подібними, якщо існує матриця перестановки  $P$  така, що  $A_{D_1} = P^{-1}A_{D_2}P$ . Так як перетворення подібності є відношенням еквівалентності, то множина всіх дистанційних матриць розбивається на класи еквівалентності. В цьому випадку будемо казати, що  $A_{D_1}$  і  $A_{D_2}$  належать одному класу подібних матриць, тобто  $A_{D_1} \sim A_{D_2}$ . Графи однакового порядку з подібними дистанційними матрицями називають *дистанційно-подібними* [5]. Дистанційно-подібні графи  $G$  і  $H$ , що допускають  $D_1$ -,  $D_2$ -дистанційну магічну розмітку, називають *магічними дистанційно-подібними* [5]. Для таких графів введемо позначення  $G \infty H$ .

**Лема 1.** Відношення «бути магічними дистанційно-подібними» на множині графів є відношенням еквівалентності, а саме воно

- (1) рефлексивне:  $G \infty G$ ;
- (2) симетричне: з  $G \infty H$  випливає  $H \infty G$ ;
- (3) транзитивне: з  $G \infty H$  і  $H \infty Q$  випливає  $G \infty Q$ .

Якщо граф  $G$  порядку  $n$  є представником деякого класу магічних дистанційно-подібних графів і має  $D$ -дистанційну магічну розмітку  $f$ , а  $k$  – його магічна стала, то всі інші графи цього класу є  $D_s$ -дистанційними магічними з магічною сталою  $k$ , де індекси  $s$  можуть приймати як однакові так і різні значення із множини  $\{1, 2, \dots\}$ .

**Теорема 2.** Якщо  $G$  і  $H$  є магічними дистанційно-подібними графами, то їх відповідні надграфи  $G_{D_1}$  і  $H_{D_2}$  ізоморфні, тобто  $G_{D_1} \sim H_{D_2}$ .

**Наслідок.** Якщо  $G_{D_1}$  і  $H_{D_2}$  ізоморфні надграфи відповідних магічних дистанційно-подібних графів  $G$  і  $H$ , то існують такі графи  $G^* \subseteq H_{D_2}$  і  $H^* \subseteq G_{D_1}$ , що  $G \sim G^*$  і  $H \sim H^*$ .

## Література

1. Arumugam S., Froncek D., Kamatchi N. Distance magic graphs – a survey. *Journal of the Indonesian Mathematical Society*. Special Edition. 2011. P. 11-26.
2. O’Neal A., Slater P. An introduction to distance  $D$  magic graphs. *Journal of the Indonesian Mathematical Society*. Special Edition. 2011. P. 89-107.
3. Anholcer M., Cichacz S., Peterin I. Spectra of graphs and closed distance magic labelings. *Discrete mathematics*. 2016. Vol. 339. P. 1915-1923.
4. Arumugam S., Kamatchi N. On the uniqueness of  $D$ -vertex magic constant. *Discussiones mathematicae graph theory*. 2014. Vol. 34. P. 279-286.

5. Семенюта М.Ф., Шульгин В.А. Матрицы, ассоциированные с  $D$ -дистанционными магическими графами и их свойства. Міжнародний науково-теоретичний журнал інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАУ України «Кібернетика і системний аналіз». – 2019. – Т. 55, №3. – С. 112 - 120.

6. Arumugam S., Kamatchi N. On  $(a, d)$ -distance antimagic graphs // Australasian journal of combinatorics. – 2012. – Vol. 54. – P. 279-287.

## О ГРУППОВОЙ МАГИЧЕСКОЙ РАЗМЕТКЕ ГРАФА

Семенюта М.Ф., Неделько С.Н., Неделько В.Н.

*Летняя академия Национального авиационного университета*

*Аннотация.* Для графа  $C_m \square C_n$  определены некоторые абелевы группы  $\Gamma$ , для которых он допускает  $\Gamma$ -дистанционную магическую разметку.

*Abstract.* For the graph  $C_m \square C_n$ , some Abelian groups  $\Gamma$  are defined for which it admits  $\Gamma$ -distant magic labeling.

Все, рассматриваемые графы, являются неориентированными, конечными, не содержат кратных ребер и петель.

Групповая дистанционная магическая разметка графов введена Д. Фрончеком как некоторое обобщение дистанционной магической разметки [1]. *Групповой дистанционной магической* или  *$\Gamma$ -дистанционной магической разметкой* графа  $G=(V, E)$  порядка  $n$  называют биекцию  $f$  из  $V$  в абелеву группу  $\Gamma$  порядка  $n$  для которой существует такой элементу  $\mu \in \Gamma$ , что  $\sum_{x \in N(v)} f(x) = \mu$  для каждой вершины  $v \in V$ , где

$N(v)$  – открытое множество смежности  $v$ . Константу  $\mu$  называют *дистанционной магической постоянной* разметки  $f$ . Граф

$G=(V, E)$  называют *групповым дистанционным магическим*, если существует  $\Gamma$ -дистанционная магическая разметка для каждой Абелевой группы  $\Gamma$  порядка  $|V|$ . Каждый дистанционный магический граф порядка  $n$  является также  $\mathbb{Z}_n$ -дистанционным магическим. Обратное утверждение не обязательно верное.

Далее речь пойдет о проблеме существования групповой дистанционной магической разметки декартова произведения двух циклов. Первые результаты данного направления получены Д. Фрончеком [1] и С. Цихач [2].

**Теорема 1.** [1] Декартово произведение  $C_m \square C_n$ ,  $m, n \geq 3$  является  $\mathbb{Z}_{mn}$ -дистанционным магическим графом тогда и только тогда, когда  $mn$  – четное.

**Теорема 2.** [1] Граф  $C_{2^n} \square C_{2^n}$  имеет  $(\mathbb{Z}_2)^{2n}$ -дистанционную магическую разметку для  $n \geq 2$  и  $\mu=(0, 0, \dots, 0)$ .

**Теорема 3.** [2] Пусть  $m$  или  $n$  – четное и  $l=\text{НОК}(m, n)$ . Тогда  $C_m \square C_n$  имеет  $\mathbb{Z}_\alpha$ -магическую разметку для любого  $\alpha \equiv 0 \pmod{l}$  и любой абелевой группы  $\mathcal{A}$  порядка  $mn/\alpha$ .

**Теорема 4.** [2] Если  $m, n$  – нечетное, тогда  $C_m \square C_n$  не является  $\Gamma$ -дистанционным магическим графом для любой абелевой группы порядка  $mn$ .

Д. Фрончеком представлена задача, требующая дальнейшего исследования.

**Задача.** [1] Для данного графа  $C_m \square C_n$  определить все такие абелевы группы  $\Gamma$ , для которых граф  $C_m \square C_n$  допускает  $\Gamma$ -дистанционную магическую разметку.

Авторы [3] добились частичного решения представленной задачи, доказав некоторые достаточные и необходимые условия существования групповой дистанционной магической разметки  $C_m \square C_n$ . Они также выдвинули следующую гипотезу.

**Гипотеза.** [3] Пусть  $\Gamma$  – абелева группа четного порядка  $mn$  со степенью  $r$ . Существует  $\Gamma$ -дистанционная магическая разметка декартова произведения  $C_m \square C_n$  тогда и только тогда, когда  $2r \min\{f(m), f(n), \text{НОД}(m, n)\} \geq \text{НОК}(m, n)$ .

В данной работе получены результаты по решению задачи для определенных абелевых групп.

### **Литература**

1. Froncek D. Group distance magic labeling of Cartesian product of cycles. *Australasian Journal of Combinatorics*. 2013. Vol.55. P. 167-174.
2. Cichacz S. Group distance magic labeling of some cycle-related graphs. *Australasian Journal of Combinatorics*. 2013. Vol.57. P. 235-243.
3. Cichacz S., Dyrлага P., Froncek D. Group distance magic Cartesian product of two cycles. Preprint.

## **ФОРМУВАННЯ АБСТРАКТНИХ ЕКСПЕРТНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ДОСЛІДЖЕНЬ ВІДОМИХ ЕКСПЕРТНИХ СИСТЕМ**

Смірнова Т.В., Дрєєв О.М., Смірнов О.А.  
*Центрально український національний технічний  
університет*

## **FORMATION OF ABSTRACT EXPERT SYSTEMS ON THE BASIS OF RESEARCHES OF VIRTUAL EXPERT SYSTEMS**

*Abstract.* An overview of well-known expert systems of technological process optimization, bringing them to an abstract view is carried out. An abstract expert system and its components are considered.

**Вступ.** Пошук оптимальних рішень при проектуванні ТП з кількох операцій зміцнення та відновлення поверхонь деталей типу «вал» має ряд особливостей. Технологічний процес має складатися з ланцюга окремих технологічних операцій (ТО), коли кожен з процесів за різних причин може бути замінено на ТП на іншій основі, але аналогічний за отриманим результатом.

Тобто, кожен етап обробки поверхні: її підготовка, відновлення, зміцнення, механічна обробка створює ланцюг ТО, де кожна операція має можливість бути виконаною кількома методиками. Для кожного з етапів обробки характерна технологічна спадковість, коли використання технологій обробки залежить від попередньої використовуваної операції. Проблемою є часткова технологічна спадковість, коли кожні наступні операції частково перекривають кілька попередніх ТО, що значно ускладнює повний граф можливих ланцюгів проведених операцій. У зв'язку з цим оптимізація процесу відновлення та зміцнення деталей є неможливою до визначення повного ланцюга обробки [1].

Для реалізації хмарної рекомендаційної системи як сервіса (SaaS) з отримання поверхонь валів зі сталі СТ45 із заданими характеристиками на основі комбінації декількох технологічних процесів (ТП) потрібно визначити види та область застосування експертних систем (ЕС) для забезпечення оптимізації ланцюга ТП.

**Експертні системи для оптимізації технологічного процесу.** Для оптимізації ТО з ланцюга ТП використовують експертні системи. Розглянемо ЕС на основі об'єктного підходу за класифікацією методів представлення знань (рис. 1): До наведеного абстрактного представлення експертної системи належать наступні різновиди ЕС: семантичні, фреймові, продукційні, нейромережні.

Семантичні експертні системи оперують сутностями та їх атрибутами. Атрибут може мати кількісні характеристики, що відокремлюється до класу властивостей сутностей. Технологічні операції мають сутності у вигляді технічної деталі, коли в процесі відновлення атрибуту цієї деталі потрібно перенести з вхідного діапазону значень до заданих параметрів. Також сутностями до ТО є технологічні інструменти, коли для проведення обробки обираються саме ті, що мають відповідні атрибуту із визначеними значеннями цих атрибутів. В процесі рішення система повинна враховувати зношуваність інструментальної бази, відповідно враховувати й вартість



інструментів до остаточної вартості проведених операцій. Формально семантичний елемент  $C_i$  можна представити наступним чином:  $C_i = \langle N_i, S_i, p_i \rangle$ ,  $S_i \subset S$ , де  $N_i$ —назва сутності;  $S$ —множина доступних атрибутів;  $S_i$  —множина атрибутів, які відносяться до конкретної сутності. Один атрибут може належати кільком сутностям;  $p_i$ —кількісна характеристика атрибуту. До недоліків вказаної ЕС можна віднести ускладнену структуру бази знань, коли система атрибутів не є фіксованою, і може істотно змінюватися від сутності до сутності. Сукупність сутностей та атрибутів може утворювати складні графи залежностей, які описувати в стандартних таблицях релятивних базах даних не зручно.

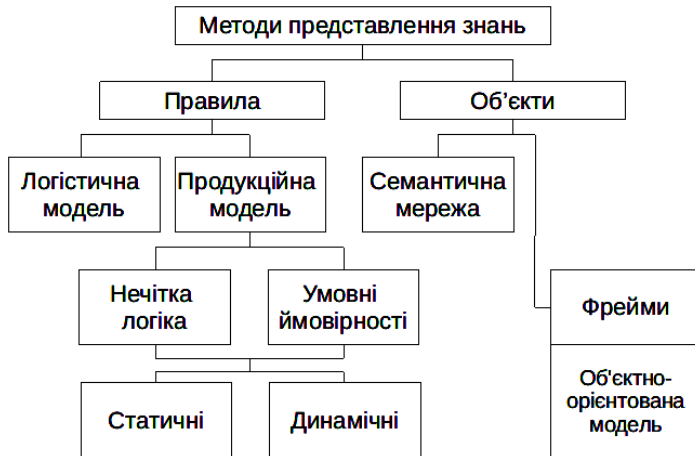


Рис. 1. Методи представлення знань в експертних системах

Фреймові експертні системи є подальшим розвитком семантичної експертної системи та більше нагадує об'єктний метод опису бази знань. Фрейми формують ієрархію об'єктів, які вони представляють. Фрейм складається з каркасу груп даних—слотів. В якості слотів можуть виступати факти, фрейми нижчі за ієрархією, умови застосування дій та дії, які можуть виконуватися над даними. Формально фрейм може бути представлений наступним чином:

$F_i = \langle N_i, S_{1i}, S_{2i}, S_{3i} \rangle$ , де  $N$ —назва фрейму;  $S_1$ —множина фактів, які визначають декларативну семантику фрейму;  $S_2$ —множина зв'язків, які вказують на інші фрейми;  $S_3$ —множина перетворень, які визначають функціональну семантику фрейму. Фрейми мають спільні риси з об'єктно-орієнтованим методом представлення знань. Спільними рисами є спадковість фреймів, наявність фрейму-зразку—аналогу віртуальних класів або інтерфейсів, фрейм-екземпляр—аналог об'єкту, який є екземпляром класу. Завдяки декларативності та одночасно функціональності фреймових та об'єктно-орієнтованих методів надання знань, ця модель має значну універсальність, також до функціональних можливостей фреймів можна включити математичні регресійні моделі та моделі, основані на нейронних мережах та нечіткій логіці. Тому, з причини максимальної відповідності до семантики з предметної області, для опису ТП можна надати перевагу фреймам.

**Структура абстрактної експертної системи.** Загальна структура абстрактної ЕС показана на рис. 2.

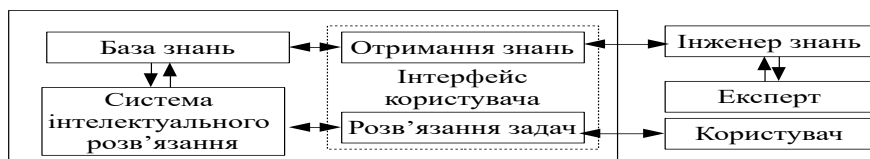


Рис. 2. Абстрактна експертна система [1]

У схемі використано наступні позначення: експерт—фахівець з даної ТО; інженер знань—фахівець, який формалізує знання експертів, відповідає за процес отримання знань та надання їх до бази знань ЕС; база знань—множина доступних знань що до обраної ТО; система інтелектуального розв'язання—ключовий елемент ЕС, який на основі наявних знань та вхідних параметрів поставленої задачі надає параметри ТП з оптимізацією за заданими критеріями (час роботи, доступні матеріали, сукупні грошові витрати); інтерфейс користувача відповідає за взаємодію між комп'ютерними системами та

людиною.

**Висновки.** В роботі проведено огляд відомих експертних систем оптимізації технологічних процесів, приведення їх до абстрактного вигляду. Розглянута абстрактна експертна система, її складові.

### **Література**

1. К.І. Скрипка, та М.А. Зенкін «Експертна система автоматизованого вибору способів відновлення спрацьованих деталей», *Вісник ЖДТУ. Технічні науки*, № 1 (28), с. 66-68, 2004.
2. О.М. Верес *Технології підтримки прийняття рішень*. Львів, Україна: Видавництво Львівської політехніки, 2013.

## **О ДВОЙСТВЕННОЙ ОЦЕНКЕ ШОРА ДЛЯ ЗАДАЧИ РАВНОВЕСНОЙ УПАКОВКИ КРУГОВ**

<sup>1</sup>Стецюк П.И., <sup>2</sup>Романова Т.Е., <sup>1</sup>Лиховид А.П.

<sup>1</sup>*Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН  
Украины*

<sup>2</sup>*Институт проблем машиностроения  
имени А.Н. Подгорного НАН Украины*

## **ON SHOR DUAL BOUND FOR BALANCED CIRCULAR PACKING PROBLEM**

*Abstract.* The properties of Shor dual bound for a quadratic extremal problem of packing unequal circles into a circle of minimum radius, when the center of gravity of the family of circles coincides with the center of the outer circle are discussed. It is shown that for the example with five unequal circles the dual bound is exact for the minimum value of the objective function.

Имеется семейство кругов  $S_i$  с радиусами  $r_i$  и весами  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  и центр тяжести круга  $S_i$  находится в его центре. Равновесной упаковкой семейства кругов  $S_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , в круг

$S$  назовем такую их упаковку, чтобы радиус круга  $S$  был минимальным и центр тяжести семейства кругов  $S_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , совпадал с центром внешнего круга  $S$ . Не ограничивая общности будем считать, что центр круга  $S$  находится в начале системы координат. Обозначим известные величины  $\lambda_i = w_i / \sum_{j=1}^m w_j$ ,  $i = 1, \dots, m$ , очевидную нижнюю границу на искомый радиус  $r_{low} = \max_{i=1, \dots, m} r_i$  и  $r_{up}$  – границу сверху для радиуса внешнего круга.

Равновесной упаковке семейства кругов  $S_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , соответствует многоэкстремальная задача нелинейного программирования [1, 2]:

$$f^* = (r^*)^2 = \min_{r, x, y} r^2 \quad (1)$$

при ограничениях

$$x_i^2 + y_i^2 - r^2 + 2r_i r - r_i^2 \leq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$-x_i^2 + 2x_i x_j - x_j^2 - y_i^2 + 2y_i y_j - y_j^2 + (r_i + r_j)^2 \leq 0, \quad 1 \leq i < j \leq m, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_i \lambda_j x_i x_j = 0, \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_i \lambda_j y_i y_j = 0, \quad (4)$$

$$r^2 - (r_{low} + r_{up})r + r_{low} r_{up} \leq 0. \quad (5)$$

Здесь  $(x_i, y_i)$  – неизвестный центр круга  $S_i$ ,  $r$  – неизвестный радиус круга  $S$ .

Двойственная оценка  $\psi^*$  предложена Н.З. Шором (см. [3], с. 220–221) и позволяет найти нижнюю границу для значения целевой функции в квадратичных невыпуклых задачах. Значение оценки  $\psi^*$  можно вычислить с произвольной заданной точностью с помощью методов минимизации негладких выпуклых функций.

Неравенство (5) обеспечивает нетривиальную, т.е. не

равную  $-\infty$ , двойственную оценку  $\psi^*$ , значение которой всегда не меньше, чем  $(r_{low})^2$ . Это следует из того, что, если из задачи (1)–(5) убрать ограничения (2), (3) и (4), то получаем одномерную задачу выпуклого программирования:

$$f^* = (r^*)^2 = \min_r r^2 \quad (6)$$

при ограничении

$$r^2 - (r_{low} + r_{up})r + r_{low}r_{up} \leq 0, \quad (7)$$

оптимальное решение которой  $r^* = r_{low}$  и  $f^* = r_{low}^2$ . Для задачи (6)–(7) оценка  $\psi^* = (r_{low})^2$  является точной. Ее значение не может быть уменьшено, если к задаче (6)–(7) прибавить ограничения (2), (3) и (4).

Если алгоритмы решения задачи (1)–(5) позволяют улучшить  $r_{up}$  – границу сверху для радиуса внешнего круга, то двойственная оценка  $\psi^*$  может позволить улучшить значение  $r_{low}$  – границу снизу для радиуса внешнего круга. Действительно, соотношение  $r^* \geq \sqrt{\psi^*} \geq r_{low}$  следует из соотношения  $\psi^* \leq f^* \leq (r^*)^2$ . Очевидно, что если значение  $\sqrt{\psi^*}$  больше, чем  $r_{low}$ , то оно может быть использовано для улучшения  $r_{low}$ . Более того, если удается показать, что  $r_{up} = \sqrt{\psi^*}$ , то это означает, что найден глобальный минимум задачи (1)–(5).

Ниже рассмотрим свойства оценки  $\psi^*$  для упаковки пяти неравных кругов, где  $m = 5$ ,  $r_1 = 0.1$ ,  $r_2 = 0.2$ ,  $r_3 = 0.3$ ,  $r_4 = 0.5$ ,  $r_5 = 0.8$ ,  $w_1 = 0.0785$ ,  $w_2 = 0.314$ ,  $w_3 = 0.7065$ ,  $w_4 = 1.9625$ ,  $w_5 = 5.024$ . Задача равновесной упаковки этих кругов имеет два

локальных минимума, значения целевой функции в которых различаются в четвертом десятичном знаке. Первому локальному минимуму соответствует  $r_{up} = 1.3175$  и размещение кругов, которое приведено на рисунке 1 (слева). Второму локальному минимуму соответствует  $r_{up} = 1.3161$ , что меньше, чем предыдущее значение, на 0,0014. Ему соответствует размещение кругов, которое приведено на рисунке (справа).

Поскольку уменьшить значение  $r_{up} = 1.3161$  не удавалось, то возник вопрос: не является ли второй локальный минимум глобальным. Ответ на него дан в работах [1, 2], где показано, что радиус внешнего круга  $r_{up} = 1.3161$  реализуется в точке глобального минимума целевой функции в задаче (1)–(5). В самом деле, если  $r_{low} = 0.8$  и  $r_{up} = 1.35$  (чуть больше, чем 1.3161), так как ограничения (2), (3) выполнены с точностью до 0.0001), то получим  $\psi^* = 1.7309$  (вычислено с помощью программы DSQTPR [4]). Это означает, что  $r^* \geq \sqrt{\psi^*} \geq 1.3156$ .

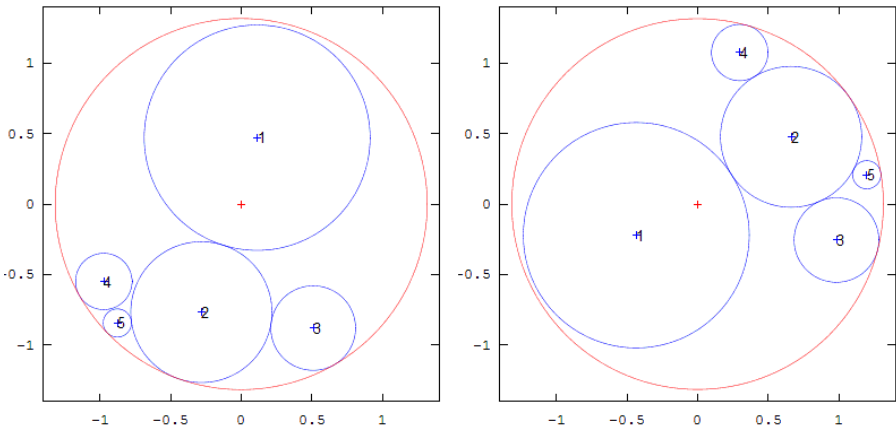


Рис. Размещение кругов:  $r_{up} = 1.3175$  – слева,  $r_{up} = 1.3161$  – справа

Таким образом, значение целевой функции  $r^*$  невозможно уменьшить больше, чем на 0,0005, по сравнению с  $r_{up} = 1.3161$ . Следовательно, с точностью до 0.001 второй локальный минимум для задачи равновесной упаковки 5 кругов является глобальным минимумом, т.е.  $r^* = r_{up} = 1.3161$ .

Развитию методов Н.З. Шора для нахождения и уточнения двойственных оценок целевой функции в квадратичных экстремальных задачах посвящена книга [5]. В ней значительное внимание уделено новым семействам функционально избыточных ограничений для улучшения точности оценок в булевых квадратичных задачах, к которым сводится ряд известных NP-сложных комбинаторных задач и экстремальных задач на графах.

### Литература

1. Стецюк П.И., Романова Т.Е., Шайтхауэр Г. О глобальном минимуме целевой функции в задаче равновесной упаковки кругов // Доповіді НАН України. – 2014. – № 6. – С. 53–57.
2. Stetsyuk P., Romanova T., Scheithauer G. On the global minimum in a balanced circular packing problem // Optimization Letters. – 2016. – № 10. – P. 1347–1360.
3. Shor N.Z. Nondifferentiable Optimization and Polynomial Problems. – Boston/Dordrecht/London, Kluwer Academic Publishers, 1998. – 412 p.
4. Shor N.Z., Stetsyuk P.I. Dual Solution of Quadratic-Type Problems by r-algorithm (subroutine DSQTPr) // Abstracts of Second International Workshop "Recent Advances in Non-Differentiable Optimization" (October 1–4, 2001, Kyiv, Ukraine). – P. 36.
5. Стецюк П.И. Двойственные оценки в квадратичных экстремальных задачах. – Эврика: Кишинэу, 2018. – 504 с.

# ВИКОРИСТАННЯ ФРАГМЕНТАРНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОКУТНИХ ОБ'ЄКТІВ З КРИТЕРІЄМ РІВНОВАГИ

Терешко Ярослав Вікторович, Козін Ігор Вікторович,  
*Запорізький Національний Університет*

*Анотація:* Досліджуються властивості гібридних алгоритмів на базі фрагментарних структур для задачі рівноважного розміщення об'єктів.

*Аннотація:* Исследуются свойства гибридных алгоритмов на основе фрагментарных структур для задачи равновесного размещения объектов.

*Abstract:* The properties of hybrid algorithms based on fragmentary structures for the problem of equilibrium object placement are investigated.

Метаевристичні та евристичні методи активно використовуються для розв'язання складних задач, які не можуть бути розв'язані за поліноміальний час точними методами. В роботі розглянута метаевристика для задачі рівноважного розміщення плоских прямокутних об'єктів в обмеженій області, яка базується на комбінації фрагментарного та еволюційного алгоритмів.

Задача: Є ряд прямокутних елементів, які необхідно розмістити в обмежених територіальних умовах. Кожен з об'єктів має свою відмінну масу, розміри і унікальний номер. Необхідно знайти оптимальне розміщення елементів, які залишали б систему максимально стабільною відносно центру мас, а також знайти послідовність утворення розміщення елементів з урахуванням балансу системи на кожному кроці.

У задачі є два етапи:

1. Знаходження схеми розміщення, яка б була задовільною для поставлених умов.

2. Знаходження послідовності утворення вже знайденої у першому етапі схеми розміщення.

Показано, що задача може бути представлена, як задача з фрагментарною структурою. Доведено властивість досяжності оптимального розв'язку. За допомогою еволюційного алгоритму знаходиться оптимальне розміщення елементів у системі. Приклад наведено у таблиці 1.



Після завершення першого етапу наявна знайдена оптимальна система розміщення елементів в області. Для пошуку можливих варіантів послідовності розміщення використовую алгоритм, заснований на фрагментарних структурах у поєднанні з евристичним методом релаксації. Таким чином кожний етап побудови фрагментарної структури бути перевіряється на умову стабільності системи. Алгоритм пришвидшується методом релаксації.

Таблиця 1  
Приклад змін елементів в середині особин

Етап	Приклад розподілу елементів	Опис
	(E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8, E9,E10,E11,E12,E13,E14,E,15,E16)	Особина 1
	(E16,E15,E14,E13,E12,E11,E10,E9, E8,E7,E6,E5,E4,E3,E2,E1)	Особина 2
1	(E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8, <b>E9,E10,E11,E12,E13,E14,E,15,E16</b> )	Вибір початкової точки
2	(E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8, <b>E9,E10,E11,E12,E13,E14,E,15,E16</b> )	Вибір елементів для винесення з особини 1.
3	<b>(E9,E10,E11)</b>	Міні група 1.
4	<u>(E16,E15,E14,E13,E12,</u> E11,E10,E9, <u>E8,E7,E6,E5,E4,E3,E2,E1)</u>	Вибір елементів для винесення з особини 2.
	<u>(E16,E15,E14,E13,E12,</u> <u>E8,E7,E6,E5,E4,E3,E2,E1)</u>	Міні група 2
5	<b>(E9,E10,E11,<u>E16,E15,E14,E13,E12,</u></b> <b><u>E8,E7,E6,E5,E4,E3,E2,E1)</u></b>	Нова особина 1 популяції
	<b>(<u>E16,E15,E14,E13,E12,E8,</u></b> <b><u>E7,E6,E5,E4,E3,E2,E1,E9,E10,E11)</u></b>	Нова особина 2 популяції

Таким чином якщо на певному етапі побудови фрагментарної структури система буде дизбалансованою чи близько наблизиться до цього стану з заданим показником точності, то поточна фрагментарна структура буде автоматично відкинута і алгоритм перейде до наступної. Це дозволить не завершувати ітерацію, яка вже на середині розрахунків доведе

свою не ліквідність, а перейти до наступної. Таким чином алгоритм пришвидшується.

За допомогою використання релаксації вдалось досягти пришвидшення алгоритму мінімум на 17%.

**Висновки:** Доведено можливість використання фрагментарної моделі для задачі рівноважного розміщення прямокутних об'єктів. Розглянути шляхи можливого удосконалення евристичних алгоритмів.

### Література

1. Sean Luke. Essentials of metaheuristics. Second Edition October, 2015, -P31-43
2. A. Moraglio, Inbreeding Properties of Geometric Crossover and Non-geometric Recombinations [Текст] / A. Moraglio, R. Poli //Foundations of Genetic Algorithms, 2007, -P 1-14
3. Терешко Я.В., Розміщення прямокутних об'єктів з критерієм рівноваги в обмежених кордонах з використанням фрагментарного. Сб. Математичне та комп'ютерне моделювання Серія Фізико-математичні науки. – 2017. – Вип. 15. Кам'янець-Подільський національний університет ім. Івана Огієнка, С.232-235 та еволюційного алгоритмів.

## КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Тимофієва Н. К.

*Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних  
технологій та систем НАН та МОН України*

*Abstract.* The problems of combinatorial optimization, as a rule, are solved on a finite set of combinatorial character. The argument of the objective function in them is combinatorial configurations of different types. These are permutations, sampling of different types, partition of set into subset, graphs, etc. But, if we analyze in detail the argument of the objective function for various combinatorial optimization problems, one can see that combinatorial configurations can be both repetitions and without repetitions, and their sets – both finite and infinite. In

artificial intelligence combinatorial configurations can be both input data and the argument of the objective function.

**Вступ.** Аналізуються властивості комбінаторних конфігурацій та їх множин. Показано, що в залежності від задач комбінаторної оптимізації вони можуть бути скінченними та нескінченними, як з повтореннями так і без повторень [1]. В літературі ці властивості комбінаторних конфігурацій ґрунтовно не досліджувалися. Як аргумент цільової функції в задачах комбінаторної оптимізації вони достатньою мірою не вивчалися.

**Постановка задачі.** Задача полягає у виявленні властивостей комбінаторних конфігурацій як аргументу цільової функції та вхідних даних, якими вони можуть бути в прикладних задачах штучного інтелекту.

**Підхід, що пропонується.** Розв'язання поставленої задачі проводиться шляхом аналізу комбінаторних конфігурацій як аргументу цільової функції в прикладних задачах, які зводяться до задач комбінаторної оптимізації.

**Комбінаторні конфігурації.** Елементами комбінаторних множин є комбінаторні конфігурації певного типу. Деякі автори вважають, що комбінаторна конфігурація це – комбінаторна множина, але не пояснюють, що мається на увазі під елементом такої множини. До того ж термін комбінаторна конфігурація не характеризує таке поняття як множина. Нижче розглянемо їхнє впорядкування та утворення.

Комбінаторною конфігурацією назвемо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів заданої базової множини  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  [2]. Позначимо її впорядкованою множиною  $w^k = (w_1^k, \dots, w_\eta^k)$ . Під символом  $w_j^k \in A$ ,  $j \in \{1, \dots, \eta\}$ , розуміємо як окремі елементи, так і підмножини (блоки),  $\eta \in \{1, \dots, n\}$  – кількість елементів у  $w^k$ ,  $W = \{w^k\}_1^q$  – множина комбінаторних конфігурацій. Верхній індекс  $k$  ( $k \in \{1, \dots, q\}$ ) у  $w^k$  позначає порядковий номер  $w^k$  у  $W$ ,  $q$  – кількість  $w^k$  у  $W$ .

Комбінаторні конфігурації будь-якого типу формуються з елементів базової множини характерною для кожного з них операцією. Одні з цих операцій змінюють порядок розміщення в них елементів, інші змінюють їхній склад.

Різноманітні типи комбінаторних конфігурацій утворюються за допомогою трьох рекурентних комбінаторних операторів: вибирання, транспозиція, арифметичний.

Дві нетотожні комбінаторні конфігурації  $w^k = (w_1^k, \dots, w_{\eta^k}^k)$  та  $w^i = (w_1^i, \dots, w_{\eta^i}^i)$  назвемо ізоморфними, якщо  $\eta^k = \eta^i$ .

Підмножину  $W_{\eta^k} \subset W$  назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації.

Вибірки (сполучення та розміщення з повтореннями та без повторень) упорядковуються підмножинами ізоморфних вибірок. Для фіксованого  $n$  на підмножині ізоморфних вибірок різних типів множина  $W_{\eta^k} \subset W$  – скінченна. Оскільки потужність множини неупорядкованих вибірок без повторень дорівнює  $2^n$ , то її порівнюють з бінарними послідовностями. На усій множині  $W$  для сполучення та розміщення без повторень вона також скінченна, а для сполучення та розміщення з повтореннями  $W$  – нескінченна. Для довільного  $n$  множина різних типів вибірок – нескінченна. Оскільки ці множини утворюються та впорядковуються за одними і тими ж правилами, то вони – самоподібні. Такі властивості характерні для фракталів.

Розбиття  $n$ -елементної базової множини на підмножини є аргументом цільової функції в задачах розбиття (кластеризації, класифікації тощо). В залежності від поставленої задачі їхня множина може бути як скінченною, так і нескінченною, як з повтореннями так і без повторень.

В задачі кластеризації елементи заданої скінченної базової множини розподіляються по підмножинах так, щоб вони не перетиналися, а їхнє об'єднання містить усі елементи заданої

множини. В цьому разі утворена множина розбиттів – скінченна і без повторень.

В задачі класифікації розбиття може утворюватися з елементів базової нескінченної множини  $A$ , в якій  $a_l \in A$  для  $l = \overline{1, n}$  задано, а для  $l > n$  визначаються в процесі розв'язання задачі. З відомих елементів  $a_r \in A$ ,  $r = \overline{1, q'}$ , утворюємо часткове розбиття  $\tilde{A}$  множини  $A$  на  $\eta$  підмножин (блоків)  $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_\eta)$ ,  $q' < n$  – кількість відомих елементів. Тоді множина підмножин  $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_\eta)$  має такі характеристики:  $\rho_1 \cup \dots \cup \rho_\eta = A$ ,  $\rho_p \cap \rho_s = \emptyset$  або  $\rho_p \cap \rho_s \neq \emptyset$ ,  $p \neq s$ ,  $\rho_p \neq \emptyset$ ,  $p, s \in \{1, \dots, \eta\}$ . Непуста підмножина  $\rho_p = \{a_1, \dots, a_{\xi_p}\}$  може мати від 1 до  $q^*$  елементів ( $\xi_p \in \{1, \dots, q^*\}$ ),  $\eta \in \{1, \dots, q''\}$ ,  $q^* > q'$ ,  $a_r = a_l$  або  $a_r \neq a_l$ ,  $a_r, a_l \in \rho_p$ ,  $r, l \in \{1, \dots, \xi_p\}$ . Тобто, множина розбиттів – нескінченна, а саме розбиття – з повтореннями.

До задач розбиття відноситься і задача покриття об'єктами заданої поверхні [3], яка формулюється так. Нехай задано поверхню з нанесеною на ній координатною сіткою. Послідовність комірок цієї сітки задамо упорядкованою множиною  $A$ . Елементи, які відповідають коміркам сітки, розміщені в  $A$  послідовно, починаючи з верхнього рядка сітки і до останнього, нижнього рядка. В цій задачі необхідно вибраними геометричними об'єктами оптимально покрити задану поверхню. За умовою поверхня може покриватися об'єктами так, що останні повністю її покривають. В цьому разі один і той же елемент із  $A$  може належати різним підмножинам. Змодельовавши її в рамках теорії комбінаторної оптимізації можна побачити, що аргументом цільової функції в ній є розбиття  $n$ -елементної множини на підмножини як з повтореннями так і без повторень.

При семантичному моделюванні виникає задача максимального покриття об'єкта певними ознаками, які його характеризують. Ознаки розділяються на такі, які

характеризують лише заданий об'єкт, за якими досить просто його визначити в базі даних. В цьому випадку задача є розв'язною. Якщо однакові ознаки описують різні об'єкти, але за допомогою диференціального аналізу можна знайти потрібний об'єкт, то така задача є частково розв'язною. Якщо одні і ті ж ознаки характеризують різні об'єкти і за ними не можна ідентифікувати пошукуваний, то виникає ситуація невизначеності. Змодельовавши її в рамках теорії комбінаторної оптимізації можна побачити, що вона відноситься до задач розбиття, аргументом цільової функції в якій є розбиття  $n$ -елементної множини  $A$  на підмножини як з повтореннями так і без повторень.

**Висновок.** Отже, множини комбінаторних конфігурацій (сполучення та розміщення з повтореннями) можуть бути як скінченними так і нескінченними. В залежності від умови задачі комбінаторної оптимізації така комбінаторна конфігурація як розбиття  $n$ -елементної на підмножини може бути як з повтореннями так і без повторень, як скінченною так і нескінченною.

### Література

1. Тимофієва Н.К. Про природу скінченних та нескінченних комбінаторних множин. *Штучний інтелект*. 2017. № 2 (76). С.109 -118.
2. Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... докт. техн. наук: 01.05.02. Київ, 2007. 32 с.
3. Komyak V. V., Komyak V. M., Pankratov A. V., Prikhodko A. Yu. Obtaining the Local Extremum in the Problem of Covering the Fields by the Circles of Variable Radius. *УСум*. 2016. №2. С. 22-27.

# ЗАДАЧА ВИБОРУ ПОСТАЧАЛЬНИКА МЕТОДОМ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЇ

Фішбах К.К., Хом'як Т.В.

*Національний технічний університет  
«Дніпровська політехніка»*

*Abstract.* A systematic analysis of the supplier selection process for carrying out construction works was carried out. On the basis of certain subfunctions a functional model of the system and its decomposed model is constructed. An analysis of the hierarchy has been applied and the best supplier of sand for service provision has been proposed.

## **Вступ**

Актуальність задачі визначається необхідністю створення й підтримки раціональних і стабільних зв'язків з постачальниками в умовах ринкової економіки. Об'єктом дослідження даної роботи є ТОВ «УКРСІТСТРОЙ», що надає послуги з будівництва, проектування, інженерних досліджень, технічного нагляду та оптової торгівлі.

## **1. Системний аналіз діяльності ТОВ «УКРСІТСТРОЙ»**

Під час проведення аналізу підприємства виявлено цільові задачі моделі, функціональні діяльності кожного з підрозділів підприємства і функціональні взаємодії між ними; інформаційні потоки всередині підрозділів і між ними; зовнішні по відношенню до підприємства об'єкти і зовнішні інформаційні впливи, а також нормативно-довідкова документація, дані за наявними на підприємстві засобів і систем автоматизації [1] (рис.1).

На рис.2 наведено декомпозицію діаграми верхнього рівня, яка містить в собі чотири процеси: приймання замовлень (тендерних пропозицій), вибір виду робіт для виконання, призначення (підбір) персоналу, виконання робіт.

В результаті аналізу сформульовано постановку задачі вибору постачальника піску, що має найбільший вплив саме на процес «Виконання робіт».

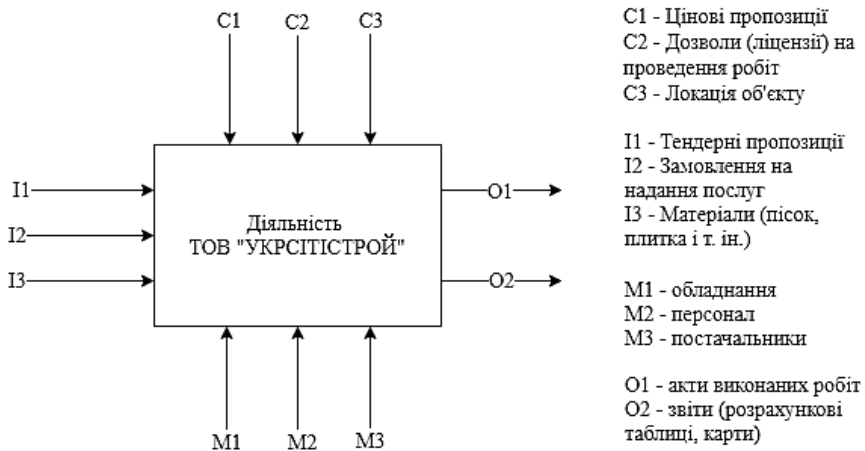


Рис.1 Модель діяльності ТОВ «УКРСІПІСТРОЙ»

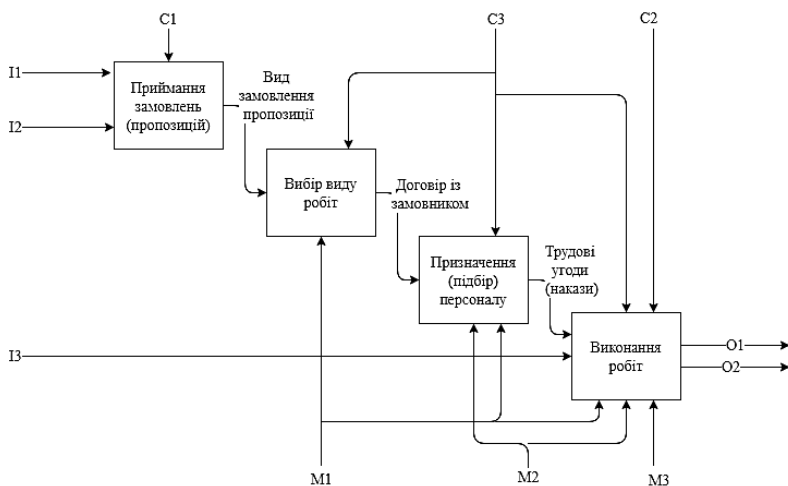


Рис.2. Декомпозиція моделі



## **Вибір оптимального рішення методом аналізу ієрархії**

### **1.1. Змістова постановка задачі**

Перед підприємством стоїть завдання вибору найкращого постачальника піску для проведення будівельних робіт. Для оцінювання комерційних пропозицій претендентів використовуються такі критерії: якість продукції, вартість і надійність поставок, фінансовий стан підприємства, рівень сервісу.

Мета роботи - зробити найкращий вибір з представлених постачальників, враховуючи всі їх переваги згідно критеріїв [2].

Оцінки постачальників за кожним із названих критеріїв відомі. Потрібно скласти рейтинг постачальників і вибрати оптимальний варіант. Розглядається шість підприємств (П1, П2, П3, П4, П5, П6): П1 - Будівельна база «Фенікс», П2 - ТОВ «Стройдоставка», П3 - Оптово-роздрібний склад «ДМС строй», П4 - ФОП Кузнецов А.Н., П5 - ЧП «Вторчермет», П6 - ТОВ «Епіцентр».

Кількісний вимір показників роботи можливих постачальників зведено в табл. 1.

Таблиця 1

Кількісні характеристики критеріїв вибору постачальника

Постачальник Піску	Вартість одиниці продукції, грн	Вартість доставки, грн	Термін поставок діб
П1	20,8	73	3
П2	17	68	1
П3	16,8	72	2
П4	16	66	2,5
П5	16,5	70	4,5
П6	18	75	2

## Концептуальна модель задачі

Прийmemo наступні гіпотези:

- об'єктом моделювання є вибір найкращої альтернативи;
- комісія з вибору постачальника попередньо відібрала з декількох можливих шість альтернативних варіантів постачальників – П<sub>1</sub>, П<sub>2</sub>, П<sub>3</sub>, П<sub>4</sub>, П<sub>5</sub>, П<sub>6</sub>;
- виявлено три основних критерії, які впливають на прийняття рішення про вибір майданчика для будівництва: К<sub>1</sub> - вартість одиниці продукції, К<sub>2</sub> - вартість доставки, К<sub>3</sub> - термін поставок;
- оцінки засновані на експериментальних вимірах  $w_i, i=\overline{1,6}$ , тобто ваги впливу елементів розраховуються за наступною формулою  $a_{ij} = w_i/w_j$  [3].

Базуючись на цих гіпотезах експерти розробили наступну ієрархію вигоди [3] (рис.3).



Рис. 3. «Ієрархія вигід»

Таблиця 2

Результати розрахунків

	П1	П2	П3	П4	П5	П6
Вигоди	0,046	0,277	0,125	0,343	0,130	0,079

**Висновки.** Таким чином, алгоритм методу аналізу ієрархій призводить до вибору постачальника П4, так як йому відповідає найбільше значення компоненти вектора загального пріоритету (табл.2). Це свідчить про те, що постачальник П4 (ФОП Кузнєцов А.Н.) є найкращим для ТОВ «УКРСІТІСТРОЙ».

## Література

1. Lonnie D. Bentley. Systems Analysis and Design for the Global Enterprise 7th Edition. – New York: McGraw-Hill : 2007.
2. Ус С.А., Коряшкіна Л.С. Моделі й методи прийняття рішень. Навчальний посібник. – Д. : НГУ, 2014. – 300 с.
3. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

## МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ ПОДАННЯ ЗМІННИХ В РОЗРОБЛЮВАНІЙ СКРИПТОВІЙ МОВІ ДЛЯ ОПИСУ ПРАВИЛ У БАЗІ ЗНАНЬ ЕКСПЕРТНОЇ СИСТЕМИ

Хох В.Д.

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

*Abstract.* In the process of developing an expert system for the audit of information security in computer systems and networks, based on fuzzy logic, the question arose about the format in which the rules will be recorded in the knowledge base. The solution was to develop a scripting language for writing rules to a knowledge base, but one that supports fuzzy logic. In these theses we will discuss the mathematical apparatus used in the scripting language being developed.

У процесі розробки експертної системи аудиту інформаційної безпеки в комп'ютерних системах і мережах [1], заснованої на нечіткій логіці, постало питання про формат, в якому правила будуть зберігатися у базі знань. Було прийняте рішення розробити скриптову мову з підтримкою нечіткої логіки для створення правил для бази знань і подальшої роботи з ними.

Розроблювана мова: інтерпретована, розробляється з розрахунку на те, що буде використовуватись як вбудована у системи, строготипізована, використовує нечітку логіку.

Програма, на розроблюваній мові складається з одного або більше файлів з вихідним кодом. Файл з вихідним кодом – послідовність Unicode символів. Файл вихідного коду має відповідність один-до-одного з файлом на жорсткому диску, але це не обов'язково. Концептуально, програма інтерпретується в чотири етапи:

1. **Трансформація** – перетворює файл у послідовність Unicode символів.

2. **Лексичний аналіз** – перетворює потік Unicode символів в потік лексем (токенів).

3. **Синтаксичний аналіз** – перетворює потік токенів у виконувану послідовність.

4. **Executor** (виконавець) – виконує виконувану послідовність і записує нові дані у віртуальну пам'ять.

Мова вирізняє три типи даних: цілі числа, числа з плаваючою комою, рядки. Не зважаючи на тип даних змінна, з точки зору інтерпретатора мови, завжди подається у вигляді нечіткої множини, тим не менш, це не заважає змінній мати поточне чітке значення. Змінні та операції над ними займають центральне місце в розроблюваній мові і спираються на апарат нечіткої логіки. Відтак, при описі будь якої змінної необхідно вказати діапазон її можливих значень, а також вказати, у якому напрямі буде знаходитись максимум характеристичної функції, якщо встановлення мінімуму і максимуму не передбачено інтерпретатором. Інтерпретатором використовується квазідзвінково-подібна функція (1):

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-m}{c}\right)^4}, \quad (1)$$

де  $m$  – координата максимуму функції належності, може набувати значення мінімуму або максимуму змінної, або розраховуватись за формулою (2).  $c$  – коефіцієнт

концентрації-розтягування функції.

$$m = \frac{\min + \max}{2}, \quad (2)$$

де  $\min$  – мінімальне значення змінної,  $\max$  – максимальне. При поданні строкових змінних мінімальним значенням змінної вважається 0, а максимальним 1.

На рис. 1 зображено графік характеристичної функції при  $m = \min$ ,  $m = (\min + \max) / 2$ ,  $m = \max$ .

Важливо зауважити, що впродовж виконання програми, у кожній змінній доступні параметри *weight* та *current*.

*Weight* – поточне значення характеристичної функції по осі  $Y$ , а *current* по осі  $X$ , за винятком строкової змінної – у випадку із строковою змінною в полі *current*, буде знаходитись найближчий строковий еквівалент значення по осі  $X$ .

Розглянемо часто вживаний приклад з визначенням лінгвістичної змінної, використовуючи розроблювану мову: нехай, дано змінну температури та лінгвістичну змінну, яка містить інформацію про температуру природною мовою.

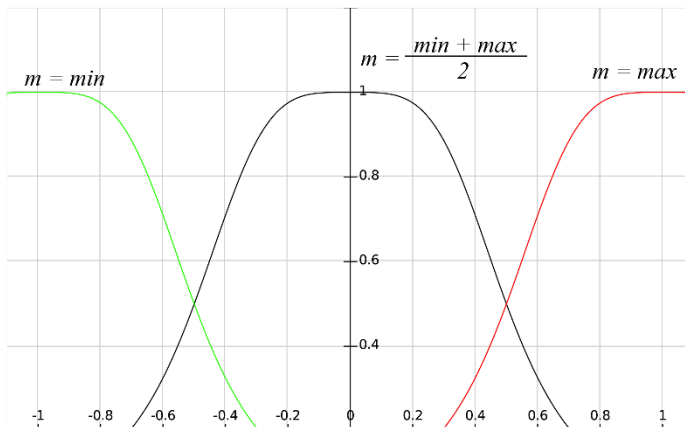


Рис.1. Графік характеристичної функції

Задача: дати інформацію про поточні значення температури природною мовою.

Тоді ця задача буде вирішуватись розроблюваною мовою наступним чином:

```
float temp{-10.0, 30.0, RIGHT};
str nLanguage{"Дуже холодно", "Холодно", "Прохолодно",
"Тепло", "Дуже тепло", "Спекотно",-10, 30, RIGHT};
temp.current = 5.0;
nLanguage.weight = temp.weight;
out nLanguage.current;
```

Спочатку описується змінна, яка буде приймати поточне значення температури (наприклад з датчиків), потім виконується опис лінгвістичної змінної, наступним кроком змінній температурі надається чітке значення – 5.0, відносно цього значення розраховується вага *weight* змінної, яка передається лінгвістичній змінній, що призводить до розрахунку поточного значення (*current*) лінгвістичної змінної, та згодом виводиться за допомогою спеціального слова – *out*.

Синтаксис опису змінних у розширеній нотації Бекуса-Наура виглядає наступним чином:

```
intDeclaration
:   INT   variableDeclaratorId   LBRACE   (Digits|
variableDeclaratorId),   (Digits|   variableDeclaratorId),   Fmax
RBRACE SEMI ;
floatDeclaration
:   FLOAT   variableDeclaratorId   LBRACE
(Digits|FLOAT_LITERAL|   variableDeclaratorId),
(Digits|FLOAT_LITERAL|variableDeclaratorId), Fmax RBRACE
SEMI;
strDeclaration
:   STRING   variableDeclaratorId   LBRACE
(STRING_LITERAL,)+, Fmax RBRACE SEMI;
```

Подібний підхід до опису правил є більш ефективним, так як дозволяє більш точно описати певну ситуацію завдяки підвищенню інформативності за рахунок розгляду в кожному правилі не одно-го значення для кожного факту, а їх наборів/діапазонів. Гнучкість опису, підвищується за рахунок можливості використання набору з логічних операторів І, АБО, НЕ, а так само за рахунок можливості вказівки діапазону значень і можливості управління процесом розрахунку коефіцієнтів релевантності для кожного факту окремо.

Завдяки можливості задавати в правилах змінні у вигляді діапазонів значень, експерт може компенсувати неоднозначність своїх висновків у зв'язку з можливою недостовірністю деяких даних, з якими надалі може працювати система.

### **Література**

1. Хох В.Д. Експертна система для автоматизації аудиту інформаційної безпеки комп'ютерних систем та мереж / В.Д. Хох, Є.В. Мелешко // Збірник тез Шостої міжнародної науково-технічної конференції "ITSEC", м. Київ, 17-19 травня 2016. – Київ: Національний авіаційний університет. – 2016. – С. 17-18.

2. Хох В.Д. Дослідження методів побудови експертних систем / В.Д. Хох, Є.В. Мелешко, М.С. Якименко // Збірник наукових праць "Системи управління, навігації та зв'язку". Випуск 4(40). – Полтава: ПНТУ ім. Ю. Кондратюка. – 2016. – С. 48-52.

# ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ ПАРСИНГУ ВЕБ-САЙТІВ

Чабан О.О., Мелешко Є.В.

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

*Annotation. In this work, the research and comparison of various parsing means of websites were conducted.*

Парсинг – це синтаксичний аналіз сайтів, що проводиться спеціальною програмою або скриптом, котрі називають парсером [1]. Парсинг дозволяє здійснювати цифровий аналіз даних в Інтернеті та їх копіювання і обробку. Уся зібрана інформація може надаватися користувачеві у бажаному для нього вигляді (код сторінки, база даних, текстовий файл), та за певними правилами, алгоритмами, і проводиться цей парсинг за допомогою однієї з мов програмування. Однак, треба зазначити, що аналіз і збір бажаної інформації відбувається не з книг чи довідників або ще з різноманітних журналів, котрі постають у друкованому вигляді. Збір інформації відбувається тільки з Інтернет-ресурсів та подається у цифровому вигляді. Об'єктом парсингу може бути будь-який Інтернет-ресурс, наприклад: web-довідник, Інтернет-магазин, різноманітні форуми, і блоги [1].

Парсинг веб-сайтів можна використовувати для різних цілей. Наприклад, власник Інтернет-магазину може дізнатись більше про ринок та ціни на ринку, крім того, він зможе використати спарсену інформацію для часткового наповнення свого сайту, що зменшить витрати часу і грошей на створення та наповнення його сайту.

Дуже часто для створення парсеру використовують такі мови програмування: Erlang, Python, PyPy, NodeJS, Parser та звичайну Сі. В даній роботі розглянуто бібліотеки для парсингу веб-сайтів, які можна використовувати для мови Python, а саме: Beautiful Soup та Selenium.

Для парсингу будь-якої Інтернет-сторінки потрібно її синтаксично розібрати. Для цього можна використати



бібліотеку BeautifulSoup та її клас – BeautifulSoup [2]. Під час розбору синтаксису, визначаються теги, у яких буде оброблюватися інформація, та, при бажанні, можна також обирати потрібні елементи інформації. Сам BeautifulSoup обчислює найбільш ймовірні місця для закритих тегів, навіть якщо вони відсутні у вихідному документі. Для коректної роботи BeautifulSoup кодування не становить загрози, його клас UnicodeDammit допоможе обробити інформацію у різних кодуваннях [2]. Під час своєї роботи цей клас аналізує кодування тексту та транслітерує його у Unicode. Однак ця бібліотека працює не ідеально, бо вона аналізує та виводить тільки буквені значення та пробіли, усі знаки пунктуації будуть ігноруватись при роботі цієї бібліотеки. Проте на протидію цьому є форма fromEncoding, котра забезпечує більш коректний розбір тексту. У світі немає нічого універсального, так із BeautifulSoup. У певний момент може виникнути така ситуація, що вбудовані класи не виконують те, заради чого вони були створені. Тож, потрібно буде налаштувати їх. Зазвичай це означає налаштування списків вкладеності і автоматичної закриваємості тегів. Список тегів, котрі автоматично закриваються можна налаштувати передавши в конструктор BeautifulSoup аргумент ``selfClosingTags`` [2]. Для налаштування списків вкладеності різноманітних тегів доведеться використовувати похідні класи.

Окрім BeautifulSoup є ще багато різних методів парсингу даних, та інструментів, котрі це виконують. У Python також можна використати бібліотеку Selenium [3]. Вона також є однією з найкращих бібліотек для парсингу на різних мовах програмування. Selenium надає більше можливостей, ніж BeautifulSoup, а саме, у цій бібліотеці можна автоматично здійснювати натиснення на кнопки на веб-сторінці, робити її прокрутку та змінювати швидкість обробки інформації зі сторінок, щоб імітувати поведінку людини, так як дана бібліотека розроблялася для автоматизації тестування веб-сайтів [3]. Чим це допоможе для парсингу? Натиснення на кнопки та прокрутка необхідні для збору даних, які не будуть відображатися без цих дій. Імітування часових затримок

характерних для людини важливі тому, що для власників сайтів, які можуть стати об'єктом парсингу, дуже неприємно, коли їхні дані збирають, тому на переважній більшості веб-сайтів є захист від автоматизованого збору інформації. Такі сайти заблокують діяльність переважної більшості парсерів, зокрема, заснованих на бібліотеці BeautifulSoup. Selenium є одним із тих парсерів, котрі спокійно минають цей захист. І тим геніальним рішенням, завдяки якому можна обійти захист стає зміна швидкості обробітку сторінки. Саме за цим фактором і ловлять порушників. Однак ціною цьому, стає доволі великий час роботи парсера, бо він імітує всі операції з тією ж швидкістю, що і людина. Для обробки невеликих Інтернет-сайтів це не дуже важливо, однак для аналізу великих об'ємів даних це дуже помітно і ресурсоємко, тож постає вибір між більшою затратою часу на роботу, чи постійне оновлення роботи, через постійні блокування швидкого парсингу. Під час роботи з Selenium необхідно визначати час очікування, бо не всі елементи сторінки підвантажуються одночасно, що не дає програмі змоги цілком розпізнати вміст сторінки. Та завдяки функції очікування, `time.sleep()`, можна спокійно діставати до усіх елементів веб-сторінки [3].

Парсинг – це доволі цікавий та, певною мірою захоплюючий процес, який можна застосовувати для збору даних як в комерційних цілях, так і для наукових досліджень, тощо. Але під час використання парсингу слід враховувати етичні та юридичні аспекти. Розглянуті бібліотеки BeautifulSoup та Selenium дозволяють реалізувати парсери практично для будь-яких цілей. Їх використання в рамках розробки одного веб-парсера можна поєднувати.

## Література

1. Что такое парсинг и зачем он нужен? [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://palmirastudio.com/blog/что-такое-parsing-i-zachem-on-nuzhen.html>

2. Документации BeautifulSoup [Электронный ресурс] – Режим доступа до ресурсу: <http://wiki.python.su/Документации/BeautifulSoup>

3. What is Selenium? [Электронный ресурс] – Режим доступа до ресурсу: <https://www.seleniumhq.org/>

## ПОСТРОЕНИЕ ГАНДИКАП ГРАФОВ

Шерман З. А., Дмитриев О. Н.

*Донецкий национальный медицинский университет*

*Летняя академия НАУ*

## HANDICAP GRAPHS BUILDING

*Аннотация.* В данной статье представлен алгоритм построения 7-регулярного гандикап графа  $G$  порядка  $n \equiv 0 \pmod{8}$ , у которого  $r = 2s + 3$ , где  $s = 0, 1, 2$ , с использованием общеизвестного конструктивного метода.

*Abstract.* In this paper, an algorithm for constructing a 7-regular graph  $G$  of order  $n \equiv 0 \pmod{8}$ , with  $r = 2s + 3$ , where  $s = 0, 1, 2$  was presented, using a well-known structural element.

Одним из направлений исследований в теории разметок является изучение гандикап дистанционных антимagicеских графов. Термин гандикап разметка был введен Т. Коваржовой в 2016 году, а обзор существующих результатов по вершинным магическим разметкам, применяемым в качестве математических моделей в задачах по составлению расписаний для неполных турниров, представлен М. Семенютой и др.[5], а также в работах [6-10].

Появление гандикап графов мотивировано планированием неполных круговых турниров. Турнир из  $n$  команд с  $r$  раундами в котором каждая команда играет с  $r$  другими командами и общая сила противников, играющих с  $i$ -той командой, определяется по формуле  $\bar{S}_{n,r}(i) = t - i$  для каждого  $i$  и фиксированной постоянной  $t$  называется *уравновешенным*

(гандикап) неполным турниром и обозначается  $НТ(n, r)$ . Планирование такого турнира позволяет слабой команде иметь больше шансов на выигрыш, так как, самая сильная команда играет с самыми сильными оппонентами, а самая слабая – с самыми слабыми. Гандикап неполные турниры являются более эффективными при прогнозировании победителя. Математической моделью  $НТ(n, r)$  турнира выступает  $d$ -гандикап граф или *уравновешенный дистанционный  $d$ -антимагический граф*. Решение задачи существования  $d$ -гандикап графа эквивалентно решению задачи существования *уравновешенной (гандикап) дистанционной  $d$ -антимагической разметки*.

**Целью данной работы** является построение  $r$ -регулярного гандикап графа  $G$  порядка  $n$ , где  $n \equiv 0 \pmod{8}$ ,  $r \equiv 1, 3 \pmod{4}$  и  $3 \leq r \leq n-5$ .

**Определение 1** [4]. *Уравновешенной (гандикап) дистанционной  $d$ -антимагической разметкой* графа  $G=(V, E)$  порядка  $n$  называется такая биекция  $f^* : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ , для которой  $f^*(u_i) = i$  и последовательность весов  $w_{f^*}(u_1), w_{f^*}(u_2), \dots, w_{f^*}(u_n)$  всех вершин образуют возрастающую арифметическую прогрессию с разностью  $d$ , где  $d \geq 0$ ,  $u_1, u_2, \dots, u_n \in V(G)$ . Граф  $G$ , допускающий такую разметку  $f^*$ , называют *уравновешенным (или гандикап) дистанционным  $d$ -антимагическим графом* или  *$d$ -гандикап графом*. Когда  $d=1$ , то речь идет о гандикап дистанционной антимагической разметке или, коротко, гандикап разметке и, соответственно, гандикап графе. В гандикап графе порядка  $n$ , вес каждой вершины  $i$  равен  $w_{f^*}(i) = f^*(i) + l = i + l$ , где  $i=1, 2, \dots, n$ .

Далее представлен алгоритм построения 7-регулярного гандикап графа  $G$  порядка  $n \equiv 0 \pmod{8}$ , у которого  $r=2s+3$ , где  $s=0, 1, 2$ . В его основу положен метод описанный в [5]. Процесс построения графа  $G$  связан с нахождением 1-, 2-факторов, удовлетворяющих определённым требованиям.

---

**Алг** Гандикап граф

---

**Начало**

**Переменные:**  $s, graph[120][120], graph\_weight[120], k$

**Инициализация переменных**  $k, i=0$

**Пока**  $(i < 8*k)$  // Построение первого фактора

**Нц**

если  $(abs(i-j)=8)$  то  $graph[i][j]=1$   
иначе  $graph[i][j]=0$

**кц**

Проверка веса вершин гандикап графа  $graph\_weight[i][j]$

**Пока**  $(i < 8*k)$  // Построение второго и третьего фактора

**Нц**

если  $(i==0)$  то  $graph[i][i+1]=1;$   
 $graph[i+1][i]=1;$   
иначе если  $((i\%2==0)$  и  $(i+1 < 8*k))$   
то  $graph[i][i+1]=1; graph[i+1][i]=1;$

**кц**

$t=4*k-1; i=0, j=t;$

**Пока**  $(i <=(4*k-1)/2)$

**Нц**

$graph[i][j-1]=1; graph[j-1][i]=1;$   
 $graph[i+1][j]=1; graph[j][i+1]=1;$   
 $i=+2, j=-2;$

**кц**

$i=t+1, j=8*k-1$

**Пока**  $(i <=(6*k-1)/2)$

**Нц**

$graph[i][j-1]=1; graph[j-1][i]=1;$   
 $graph[i+1][j]=1; graph[j][i+1]=1;$   
 $i=+2, j=-2;$

**кц**

Проверка веса вершин гандикап графа graph\_weight[i][j]

.....  
Пока ( $i < 8 * k$ )

    Нц

        вывод на экран матрицы смежности и матрицы весов гандикап

        графа

    кц

Кінець

---

Работу алгоритма рассмотрим на примере 7-регулярного графа  $G$  порядка  $n=8k$ , где  $k=2$ . Выполним построение 1-, 2-факторов следующим образом, согласно алгоритма:

1-фактор  $F_1 : (1,9), (2,10), \dots, (4k,8k)$  – берутся вершины, расположенные на расстоянии  $|i-j|=4k$  для каждого ребра графа  $G$ ;

1-фактор  $F_2: (1,2), (3,4), \dots, (8k-3,8k-2), (8k-1,8k)$  – берутся вершины, расположенные на расстоянии  $|i-j|=1$  для каждого ребра графа  $G$ ;

1-фактор  $F_3: (1,7), (2,8), \dots, (6k-1,6k+1), (6k,6k+2)$  – берутся вершины, расположенные на расстоянии  $\{2, 6, \dots, 4k-6, 4k-2\}$  для каждого ребра графа  $G$ ;

1-фактор  $F_4: (1,3), (2,4), \dots, (8k-3,8k-1), (8k-2,8k)$  – берутся вершины, расположенные на расстоянии  $|i-j|=2$  для каждого ребра графа  $G$ ;

1-фактор  $F_5: (1,14), (2,13), \dots, (4k-2,4k+1), (4k,4k+3)$  – берутся вершины, расположенные на расстоянии  $\{3, 5, \dots, 8k-5, 8k-3\}$  для каждого ребра графа  $G$ ;

1-фактор  $F_6: (1,5), (2,6), \dots, (8k-5,8k-1), (8k-4,8k)$  – берутся вершины, расположенные на расстоянии  $|i-j|=4$  для каждого ребра графа  $G$ ;

1-фактор  $F_7: (1,12), (2,11), \dots, (4k-2,4k+1), (4k,4k+3)$  – берутся вершины, расположенные на расстоянии  $|i-j|=11$  для каждого ребра графа  $G$ .

Тогда граф  $\bigcup_{i=1}^7 F_i$  является 7-регулярным гандикап графом.

Весы его вершин определяются по формуле  $w(i)=l+i$  для  $i \in \{1, 2, \dots, 8k\}$ .

### Література

1. Gallian J. A. A dynamic survey of graph labeling. *The Electronic journal of Combinatorics*. 2018. P. 1–502.
2. Шерман З. А. Квадратная разностная разметка некоторых графов. *Кибернетика и системный анализ*, № 4, с. 161-166, 2016.
3. Sherman Z.O. Square difference labeling of some union and disjoint union graphs. *Algebra and Discrete Mathematics*. 2018. Vol 25, № 4. P. 294-302.
4. Froncek D. Handicap distance antimagic graphs and incomplete tournaments. *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*. 2013. Vol. 10, No2. P. 119-127.
5. Семенята М.Ф., Шерман З.А., Дмитриев О.Н. Неполные турниры и магические типы разметок. *Управляющие системы и машины*. 2018. № 5 с. 13-24.
6. Froncek D., Kovar P., Kovarova T. Fair incomplete tournaments. *Bull. Inst. Combin. Appl.* 2006. Vol. 48. P. 31-33.
7. Froncek D. Fair incomplete tournaments with odd number of teams and large number of games. *Congr. Numer.* 2007. Vol. 187. P. 83-89.
8. Froncek D., Kovar P., Kovarova T., Krajc B., Kravcenko M., Shepanik A., Silber A. On regular handicap graphs of even order. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*. 2017. Vol. 60. P. 69-76.
9. Shepanik A. Graph labelings and tournament scheduling. MS Thesis. – University of Minnesota Duluth. 2015. – 55 p.
10. Froncek D., Shepanik A. Regular handicap graph of order  $n \equiv 0 \pmod{8}$ . *Electronic Journal of Graph Theory and Applications*. 2018. Vol. 6, No2. P. 208-218.

# ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГРАДІЄНТНОГО СПУСКУ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕКОМЕНДАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Шингалов Д.В., Минайленко Р.М., Босько В.В.

*Центральноукраїнський національний технічний  
університет*

*Abstract.* In this work, the research applying of the method of gradient descent for numerical optimization in recommending systems using collaborative filtering was conducted.

Рекомендаційна система – це система, здатна прогнозувати майбутні вподобання користувача з певного набору елементів і рекомендувати обрані прогнозом елементи. Маючи певну кількість об’єктів для рекомендацій, та знаючи вподобання користувача щодо цих об’єктів рекомендацій, ми можемо знайти оптимальне значення з лінійною регресією.

Метод градієнтного спуску – метод знаходження мінімального значення функції втрат (існує безліч видів цієї функції). Мінімізація будь-якої функції означає пошук найглибшої западини в цій функції. Функція використовується, щоб контролювати помилку в прогнозах моделі машинного навчання. Пошук мінімуму означає отримання найменшої можливої помилки або підвищення точності моделі. Збільшуючи точність, перебираючи набір навчальних даних при налаштуванні параметрів моделі (ваг і зміщень) [1].

Мета оптимізації для користувача  $j$  може бути записана наступним чином:

$$\min \frac{1}{2m^{(j)}} \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m^{(j)}} \sum_{k=1}^n (\theta_k^{(j)})^2 \quad (1)$$

де  $r(i,j)$  – це 1 чи 0 – оцінка користувача стосовно об’єкту,  $y(i,j)$  – це рейтинг користувача  $j$  щодо об’єкту  $i$  (якщо визначено),  $\theta(j)$  – вектор параметрів для користувача,  $x(i)$  – вектор ознак для об’єкту  $i$ ,  $(\theta(j))$  ( $x(i)$ ) – прогнозований рейтинг [користувач  $j$ ,



кіно  $i$ ],  $m(j)$  – фільми, оцінені користувачем  $j$ ,  $n_u$  – кількість користувачів, та  $n$  – особливості фільму, атрибути. Оскільки необхідно знайти оптимальні параметри для всіх користувачів, то їх багато [2]:

$$\min \frac{1}{2m^{(1)}} \sum_{i:r(i,1)=1} \left( (\theta^{(1)})^T x^{(i)} - y^{(i,1)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m^{(1)}} \sum_{k=1}^n (\theta_k^{(1)})^2 \quad (2)$$

$$\min \frac{1}{2m^{(2)}} \sum_{i:r(i,2)=1} \left( (\theta^{(2)})^T x^{(i)} - y^{(i,2)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m^{(2)}} \sum_{k=1}^n (\theta_k^{(2)})^2 \quad (3)$$

$$\min \frac{1}{2m^{(n_u)}} \sum_{i:r(i,n_u)=1} \left( (\theta^{(n_u)})^T x^{(i)} - y^{(i,n_u)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m^{(n_u)}} \sum_{k=1}^n (\theta_k^{(n_u)})^2 \quad (4)$$

Ми хочемо мати єдиний вираз для цих цілей. Де  $m(j)$  – це просто константа, яка не впливає на оптимізацію. Тому, ігноруючи фактори  $m(j)$ , ми можемо скласти всі цілі і отримати єдиний вираз.

$$\min \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{k=1}^n (\theta_k^{(j)})^2 \quad (5)$$

Таким чином, спуск по градієнту можна виконати за допомогою таких формул:

$$\theta_k^{(j)} = \theta_k^{(j)} - \alpha \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right) x^{(i)} (k = 0) \quad (6)$$

$$\theta_k^{(j)} = \theta_k^{(j)} - \alpha \left( \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right) x^{(i)} + \lambda \theta_k^{(j)} \right) (k > 0) \quad (7)$$

Оптимізація стохастичного градієнтного спуску (SGD) є паралельним алгоритмом, який може вирішити проблему чисельної оптимізації рекомендаційної системи [3].

Алгоритм перебирає всі оцінки в навчальних даних у випадковому порядку, і для кожного відомого рейтингу він робить прогноз (заснований на точковому добутку векторів  $x$  і  $y$ ) і обчислює помилку прогнозування. Потім слід модифікувати  $x$  і  $y$ , переміщуючи їх в протилежному напрямку градієнта, даючи деякі формули поновлення для кожного з ознак  $x$  і  $y$ .

Графізована вартість як функція оцінки параметрів має вигляд площини. Діапазони параметрів функції і вартість, можна отримати в результаті підбору конкретного набору параметрів.

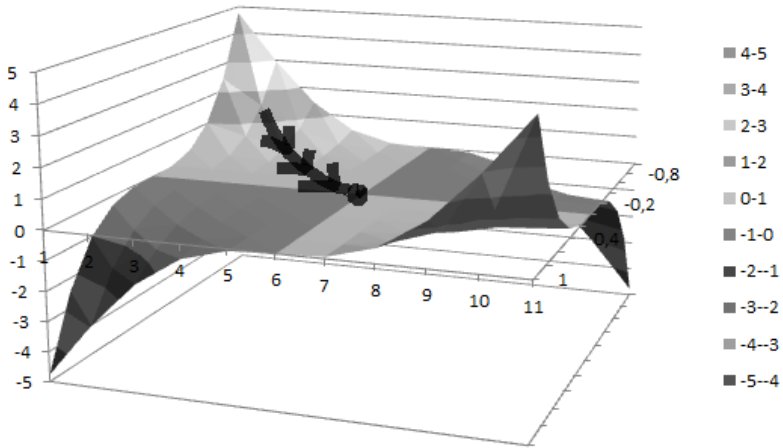


Рис.1. Приклад градієнтного спуску

Переміщуємо показники вниз до западини на графіку (рис.1), щоб знайти мінімальне значення. Крок градієнтного спуску знижує функцію затримки в напрямку самого крутого спуску. Розмір кожного кроку визначається параметром  $\alpha$ , відомим як швидкість навчання.

Застосування методу градієнтного спуску для чисельної оптимізації рекомендаційних систем дозволяє підвищувати точність прогнозів вподобань користувачів в умовах великої кількості параметрів системи та обмежених апаратних ресурсів.

### **Література**

1. Ricci, F., Rokach, L., Shapira, B., Kantor, P.: Recommender Systems Handbook. Springer, Heidelberg (2011)
2. Gemulla, R., Haas, P., Nijkamp, E., Sismanis, Y.: Large-scale matrix factorization with distributed stochastic gradient descent. In: KDD 2011 Proceedings of the 17th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, pp. 69–77 (2011)
3. Nikulin, V., McLachlan, G.: Classification of imbalanced marketing data with balanced random sets. JMLR Workshop Conf. Proc. 7, 89–100 (2009)

## **МЕРЕЖЕВЕ ПЛАНУВАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ НАВЧАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН, ЩО ВХОДЯТЬ ДО СЕРТИФІКАЦІЙНОГО АКТУ ДЛЯ ОТРИМАННЯ СВІДОЦТВА CPL(A)**

Якуніна І.Л., Верховський В. В.  
*Льотна академія НАУ*

## **NETWORK PLANNING OF INTER-SUBJECTS OF EDUCATIONAL DISCIPLINES INCLUDING A CERTIFICATION ACCOUNT FOR THE ACCESSION OF CPL (A)**

*Abstract.* The network model of interdisciplinary connections of the professional and practical training of a commercial pilot of the aircraft was constructed.

The possibilities of optimization of the theoretical training curriculum with consideration of interdisciplinary connections are shown.

Міжпредметні зв'язки професійної підготовки курсантів у авіаційному вищому навчальному закладі є конкретним виразом інтеграційних процесів, що відбуваються сьогодні в науці і суспільстві. Аналізуючи проблему міжпредметних зв'язків, можна сказати, що вся робота по реалізації міжпредметних зв'язків повинна бути спрямована на створення у курсантів продуктивної, єдиної за змістом і структурою системи знань, умінь, навичок – системи, яка допомагала б їм використовувати всю суму накопичених ними знань при вивченні будь-якого теоретичного або практичного питання.

У практиці навчання склалися чотири основних способи планування міжпредметних зв'язків – мережеве, курсове, тематичне і поурочне. Мережеве планування здійснюється по визначеному циклу, групі дисциплін. Мережеве планування має форму графіка або плану-карти, які виявляють основні зв'язки різних навчальних тим суміжних курсів, показують вузлові теми з найбільшою кількістю зв'язків з іншими дисциплінами. Мережевий графік являє собою модель навчального процесу, яка визначає зміст та обсяг навчальної діяльності курсантів в певні відрізки часу і з урахуванням міжпредметних зв'язків.

Застосування міжпредметних зв'язків між дисциплінами професійної та практичної підготовки, дисциплінами природничо-наукової (фундаментальної) підготовки і виробничим навчанням сприяє підготовці висококваліфікованих фахівців – комерційних пілотів літака, конкурентоспроможних на ринку праці.

В загальному випадку мережевий графік – граф, який відображає роботи проекту, зв'язки між ними, стан проекту. Для побудови мережевого графіка міжпредметних зв'язків доцільно застосувати такий варіант побудови, коли вершини графа відображають елементи діяльності, а зв'язки між ними – залежності між цими елементами. Вершинами графа будуть виступати дисципліни навчального плану, а зв'язки між вершинами графа будуть відображати міжпредметні зв'язки цих дисциплін.

В таблиці 1 наведено частину шифрів навчальних дисциплін професійної та практичної підготовки та дисциплін самостійного вибору навчального закладу, згідно навчального плану, які сумарно забезпечують курсантів знаннями з дисциплін сертифікаційного акту для отримання свідоцтва комерційного пілота літака.

Потовщеними червоними стрілками позначимо зв'язки зворотнього напрямку між дисциплінами, тобто коли вже пройдений курс дисципліни спирається на дисципліну, яку ще не вивчали. Зрозуміло, що такі зв'язки вказують на непослідовність дисциплін, невідповідність принципу наступності, наслідком чого є нераціональне використання обмеженого навчального навантаження. В нашому випадку виявилось 3 пари таких дисциплін: «аеродинаміка/принципи польоту повітряного судна – льотно-технічні характеристики літака», «авіаційна метеорологія – повітряне право (процедури АТС)», «безпека авіації (авіаційна безпека) – планування та контроль виконання польотів літаків».

Таблиця 1.

Шифри дисциплін навчального плану

Шифр	Дисципліна	Шифр	Дисципліна
ПП 1.3.1.2	Аеродроми	ПП 1.3.1.4.2	Електрообладнання ПС
ПП 1.3.1.3	Метеорологія	ПП 1.3.1.4.3	Аеродинаміка/принципи польоту ПС
НЗ 2.1.2.4	Радіообладнання	ПП 1.3.1.6.1	Повітряна навігація (загальна навігація)
НЗ 2.1.3.1	Маса та центрування	ПП 1.3.1.6.2	Повітряне право (процедури АТС)
НЗ 2.1.5	Авіаційна метеорологія	ПП 1.3.1.7	Навігація / Повітряна навігація (радіонавігація)
НЗ 2.1.7	Безпека авіації	ПП 1.3.1.8	Професійна англійська мова (авіаційна)
...	...	...	...
НЗ 2.1.8	Радіотелефонія	ПП 1.3.1.9	Експлуатація ПС (прилади літака)

Таким чином, діючий план підготовки пілота з врахуванням міждисциплінарних зв'язків не є оптимальним. Але у роботі не розглядали вимоги відповідного галузевого стандарту вищої освіти та інші вимоги, до обумовлюють додаткові обмеження. Масштабний комплексний аналіз дозволить врахувати вищеперераховані обмеження, що стосуються підготовки пілота, у тому числі навіть з врахуванням наявності аудиторій, їх місткості, бібліотечного фонду, тощо. Але це надзвичайно об'ємна робота, що вимагає залучення експертів, автоматизованих систем збору і обробки інформації, систем підтримки прийняття рішень тощо.

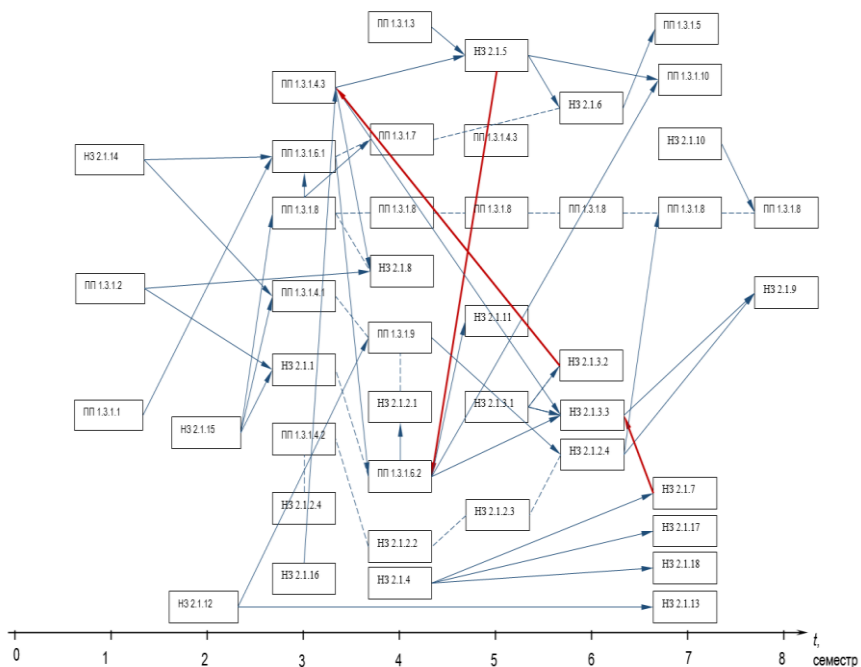


Рис. 1. Мережевий графік міжпредметних зв'язків дисциплін професійної та практичної підготовки

## Література

1. Козловська І. М. Метапредметна інтеграція як засіб формування змісту професійної освіти / Інформац.-телекомунікац. технології в сучасній освіті : досвід, проблеми, перспективи. Зб. наук. Праць. Ч 2.- Львів : ЛДУ БЖД, 2009. – С. 71 – 73.
2. Якимович Т. Д. Інтеграція теоретичного і виробничого навчання у процесі професійної підготовки фахівців : Автореф. дис... канд. пед. наук : 13.00.04 «теорія і методика професійної освіти» / Т. Д. Якимович – К., 2001. – 21 с.
3. Збірник навчальних програм підготовки фахівців напряму підготовки 6.070102 «Аеронавігація» професійного спрямування «Льотна експлуатація повітряних суден» освітньо-кваліфікаційний рівень – бакалавр. Кваліфікація – пілот (літака). Т.Т. 1 – 3. – Кіровоград, 2015. – 167 с.
4. Смирнова І. Педагогічні умови формування інтегративних теоретичних знань зі спецдисциплін майбутніх пілотів у вищому льотному навчальному закладі //Наукові записки КДПУ ім. В. Винниченка]. Сер.: Пед. науки. – 2015. – №. 135. – С. 195-199.
5. Коростелев А. Е. Особливості підготовки пілотів цивільної авіації України //Вісник Національного Авіаційного Університету. – 1999. – Т. 3. – №. 2. – С. 329-332.

Льотна академія  
Національного авіаційного університету  
Видавництво м. Кропивницький,  
вул. Добровольського, 1  
тел. 394-437.